

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки 03.03.02–Физика

Направленность: Физика

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Кострома

Рабочая программа дисциплины «Векторный и тензорный анализ» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования направления подготовки 03.03.02–Физика, утвержден 07.08.2014 г.

Разработал: 
подпись Шадрин Сергей Юрьевич, заведующий кафедрой общей и теоретической физики, к.т.н., доцент

Рецензент: 
подпись Белкин Павел Николаевич, профессор кафедры общей и теоретической физики, д.т.н., профессор

УТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры общей и теоретической физики
Протокол заседания кафедры № 15 от 29 июня 2017 г.
Заведующий кафедрой общей и теоретической физики

подпись Шадрин Сергей Юрьевич, заведующий кафедрой общей и теоретической физики, к.т.н., доцент

ПЕРЕУТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры общей и теоретической физики
Протокол заседания кафедры № 12 от 28 июня 2018 г.
Заведующий кафедрой общей и теоретической физики

подпись Шадрин Сергей Юрьевич, заведующий кафедрой общей и теоретической физики, к.т.н., доцент

ПЕРЕУТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры общей и теоретической физики
Протокол заседания кафедры № 10 от 20 мая 2019 г.
Заведующий кафедрой общей и теоретической физики

подпись Шадрин Сергей Юрьевич, заведующий кафедрой общей и теоретической физики, к.т.н., доцент

ПЕРЕУТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры общей и теоретической физики
Протокол заседания кафедры № 10 от 7 мая 2020 г.
Заведующий кафедрой общей и теоретической физики

подпись Шадрин Сергей Юрьевич, заведующий кафедрой общей и теоретической физики, к.т.н., доцент

ПЕРЕУТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры общей и теоретической физики
Протокол заседания кафедры № 5 от 14 января 2021 г.
Заведующий кафедрой общей и теоретической физики



подпись

Шадрин Сергей Юрьевич, заведующий кафедрой общей и

теоретической физики, к.т.н., доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Основной целью курса является подготовка бакалавров физики к научно-исследовательской, научно-инновационной, организационно-управленческой деятельности в научно-исследовательских институтах, лабораториях, конструкторских или проектных бюро, на предприятиях путем формирования соответствующих компетенций.

В результате изучения учебной дисциплины «Векторный и тензорный анализ» обучаемые должны приобрести общепрофессиональную компетенцию:

– способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК-2)

Задачи дисциплины:

– систематизировать полученные ранее знания по математическому анализу и аналитической геометрии с помощью бескоординатного задания рассматриваемых объектов;

– получить новые знания в области векторной и тензорной алгебры, а также векторного анализа;

– уметь применять полученные знания к решению прикладных задач физики.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать

– базовые фундаментальные разделы математики, в частности основные понятия и операции курса векторного и тензорного анализа необходимых для адекватного теоретического описания физических систем;

уметь

– создавать математические модели типовых профессиональных задач, в частности интерпретировать формальные записи имеющихся математических объектов для задания физических моделей природных явлений, выделять в этих моделях физическое содержание и границы применимости;

владеть

– методами и приемами интерпретации полученных результатов с учетом границ применимости моделей, в частности методами работы с математическими объектами векторного и тензорного анализа для описания физических явлений.

освоить компетенции:

– способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК-2)

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» изучается во втором семестре и входит в базовую часть Блока 1 образовательной программы подготовки бакалавров физики. Содержание дисциплины можно представить в виде двух больших блоков: векторный анализ и тензорный анализ. К вопросам, составляющим основное содержание курса, относятся: скалярные, векторные и тензорные поля, преобразование координат вектора и тензора при изменении базиса линейного пространства, интегральные теоремы Остроградского-Гаусса, Стокса и Грина, дифференциальные операторы первого и второго порядка как в декартовых, так и в ортогональных криволинейных координатах,.

Изучаемый материал подобран в соответствии с особенностями основной образовательной программы бакалавров физиков и имеет большую практическую направленность, основная часть практических приложений подобрана с расчетом на другие дисциплины курса теоретической физики.

Перед изучением дисциплины «Векторный и тензорный анализ» обучающийся должен иметь представления о скалярных и векторных величинах, линейных пространствах, евклидовом пространстве, операциях с матрицами, дифференциальном и интегральном исчислении. Требуемые компетенции формируются в рамках дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия».

Освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее для базовых курсов теоретической физики: «Теоретическая механика» и «Электродинамика». Формирование общепрофессиональной компетенции ОПК-2 будет продолжено при изучении дисциплин «Теория функции комплексного переменного» и «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики».

4. Объем дисциплины (модуля)

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических (астрономических) часов и виды учебной работы

Виды учебной работы,	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	3
Общая трудоемкость в часах	108
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	54
Лекции	36
Практические занятия	18
Лабораторные занятия	–
Самостоятельная работа в часах	54
Форма промежуточной аттестации	Зачет 2 семестр

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	36
Практические занятия	18
Лабораторные занятий	–
Консультации	1,8
Зачет/зачеты	0,25
Экзамен/экзамены	–
Курсовые работы	–
Курсовые проекты	–
Всего	56,05

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Векторная алгебра	12	4	2		6
2	Векторный анализ	42	16	8		18
3	Тензорная алгебра	24	8	4		12
4	Элементы тензорного анализа	24	8	4		12
	Зачет	6				6
	Итого:	108	36	18		54

5.2. Содержание:

Тема 1. Векторная алгебра

Скаляры и векторы. Правила векторной алгебры Системы координат и базис. Ортонормированный базис. Преобразование компонент вектора при переходе от одного базиса к другому. Произведения двух векторов: скалярное и векторное. Произведения трех векторов: смешанное и двойное векторное произведение.

Тема 2. Векторный анализ

Вектор-функция скалярного аргумента, производная по скалярному аргументу. Скалярное поле, производная по направлению, градиент. Векторное поле, векторные линии, введение производной по направлению. Поток вектора, теорема Гаусса-Остроградского, дивергенция векторного поля. Циркуляция вектора, теорема Стокса, ротор векторного поля. Теоремы Грина. Оператор Гамильтона – набла. Применение дифференциальных операций к различным произведениям векторных и скалярных функций. Дифференциальные операции второго порядка. Интегральные теоремы в применении к специального вида полям: потенциальное и соленоидальное поле. Скалярный потенциал и его свойства. Ортогональные криволинейные координаты.

Тема 3. Тензорная алгебра

Тензор и закон преобразования его компонент при переходе от одного базиса к другому. Тензоры нулевого и первого ранга. Тензор второго ранга и его компоненты в ортонормированном базисе. Примеры тензоров: тензорная единица, символ Кронекера, тензор Леви-Чивиты Сложение, умножение тензора на скаляр и вектор, умножение тензора на тензор. Симметричный и антисимметричный тензор. Сопряженный и обратный тензор. Главные оси тензора. Инварианты тензора.

Тема 4. Элементы тензорного анализа

Тензор-функция скалярного аргумента. Производная тензора и обратного тензора по скалярному аргументу. Оператор набла в тензорном анализе. Производная одного вектора по другому как диадный тензор Тензорное поле. Расхождение (дивергенция) тензора.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Курс "Векторный и тензорный анализ" предназначен для студентов института физико-математических и естественных наук направления подготовки «Физика». Для усвоения излагаемого материала от слушателей требуется умение дифференцировать, интегрировать и знание основных положений аналитической геометрии и линейной алгебры.

В данном курсе представлены необходимые сведения по векторному анализу и элементам тензорного анализа, позволяющие в дальнейшем изучать физические величины, имеющие векторную или тензорную природу. Как известно, в физике кроме скалярных величин: температура, масса, плотность вещества встречаются векторные: поле скоростей, ускорений, силовые характеристики полей, а также объекты более сложной природы – тензоры. Операции с такими математическими объектами требуют некоторого особого навыка, который практически не затрагивается в рамках дисциплины «Математический анализ». Частично восполнить этот пробел и призвана дисциплина «Векторный и тензорный анализ».

Курс снабжен необходимым количеством прикладных задач, в том числе физического характера, способствующих лучшему усвоению понятий и методов векторного и тензорного анализа, более того формализм максимально приближен к нуждам теоретической физики. Тензорный анализ для физика – это математический аппарат, с помощью которого не только сокращаются многосистемные выкладки, но и концентрируется физическая идея, так как использование тензорного анализа позволяет отодвинуть на второй план сложную геометрическую картину физического явления.

Цель данного курса состоит в повышении профессионального уровня подготовки бакалавра, обеспечение необходимыми знаниями и развитие практических навыков работы с основными математическими объектами векторного и тензорного анализа.

Задачами изучения курса являются: закрепить и развить знания, умения и приемы, полученные при усвоении курсов, на которые опирается данная дисциплина; подготовить исходный уровень знаний и навыков, необходимых для успешного освоения курсов теоретической физики, например, теоретическая механика, электродинамика и т.д.

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания	Форма контроля
1	Векторная алгебра	Индивидуальные задания из списка, приведенного ниже	6	Использовать материалы семинаров по «Аналитической геометрии» и «Векторному и тензорному анализу» и источники [6] из списка дополнительной литературы	Тест, контрольные работы, опрос
2	Векторный анализ	Индивидуальные задания из списка, приведенного ниже	18	Использовать материалы семинаров по «Математическому анализу» и «Векторному и тензорному анализу» и источники [3] из списка	Тест, контрольные работы, опрос

				основной литературы и [6] из списка дополнительной литературы	
3	Тензорная алгебра	Индивидуальные задания из списка, приведенного ниже	12	Использовать материалы семинаров по «Векторному и тензорному анализу» и источники [3] из списка основной литературы и [5] из списка дополнительной литературы	Тест, контрольные работы, опрос
4	Элементы тензорного анализа	Индивидуальные задания из списка, приведенного ниже	12	Использовать материалы семинаров по «Векторному и тензорному анализу» и источники [3] из списка основной литературы и [5] из списка дополнительной литературы	Тест, контрольные работы, опрос
5	Зачет	Решение задания, ответы на вопросы к зачету	6	Использовать материалы семинаров по «Векторному и тензорному анализу» и источники [3] из списка основной литературы и [5, 6] из списка дополнительной литературы	Вопросы к зачету

6.2. Тематика и задания для практических занятий

Ниже приведены примерные планы практических занятий. Номера задач даны по задачнику Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: Учебное пособие. 10-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. – 240 с.

Семинар 1.

Тема: Векторная алгебра. Скалярное и векторное умножение, произведение трех и более векторов

Задачи для разбора с преподавателем: задания по нахождению скалярного и векторного произведения для различно заданных векторов.

Задачи для самостоятельной работы: индивидуальные задания из самостоятельной работы

Обсуждаемые вопросы: прямая в виде векторного произведения, плоскость в виде скалярного произведения, вычисление площадей с помощью векторного произведения, смешанное и двойное векторное произведение, запись произведений в координатной форме, определители матриц, вычисление объема с помощью смешанного произведения, произведения четырех векторов

Семинар 2.

Тема: Векторный анализ. Векторные и скалярные функции

Задачи для разбора с преподавателем: 1.3, 1.15, 1.29, 2.7, 2.26, 3.5

Задачи для самостоятельной работы: 1.5–1.10, 1.18–1.20, 2.10, 2.22, 3.1, 3.3

Обсуждаемые вопросы: векторная функция скалярного аргумента, кривизна и кручение пространственной кривой, формулы Френе, скалярное поле, линии и поверхности уровня, операция градиента, определение нормали к поверхности.

Семинар 3.

Тема: Векторный анализ. Оператор дивергенции, теорема Остроградского-Гаусса

Задачи для разбора с преподавателем: 4.3, 4.30, 5.12, 6.10, 7.10, 8.10.

Задачи для самостоятельной работы: 4.1, 4.2, 5.13–5.15, 6.17, 6.20, 7.1–7.3, 8.1–8.3.

Обсуждаемые вопросы: поток вектора сквозь поверхность, способы вычисления потока, теорема Остроградского-Гаусса, дивергенция.

Семинар 4.

Тема: Векторный анализ. Оператор ротора, теорема Стокса

Задачи для разбора с преподавателем: 10.10, 10.26, 11.10, 11.24, 12.22

Задачи для самостоятельной работы: 10.1–10.5, 10.20, 11.1–11.5, 11.25, 11.26

Обсуждаемые вопросы: вычисление линейного интеграла от векторного поля, циркуляция вектора по замкнутому контуру, вычисление циркуляции, теорема Стокса, ротор.

Семинар 5.

Тема: Векторный анализ. Оператор Гамильтона набла

Задачи для разбора с преподавателем: задачи главы 7 1.2, 1.3, 1.5, 1.8, 1.9 из [1] списка основной литературы

Задачи для самостоятельного решения: индивидуальные задания из самостоятельной работы

Обсуждаемые вопросы: векторно-дифференциальный оператор набла, запись дифференциальных операций градиента, дивергенции и ротора с помощью оператора набла, вычисление дифференциальных операций от скалярных и векторных произведений, дифференциальные операции второго порядка, оператор Лапласа.

Семинар 6.

Тема: Тензорная алгебра. Простейшие операции

Задачи для разбора с преподавателем: задачи главы 2 3.5, 3.6, 3.10, 4.3 из [1] списка основной литературы

Задачи для самостоятельной работы: индивидуальные задания из самостоятельной работы

Обсуждаемые вопросы: тензоры второго ранга, сложение тензоров, внутреннее умножение на вектор слева и справа, внешнее умножение, свертка, тензорное произведение тензоров, сопряженный тензор.

Семинар 7.

Тема: Тензорная алгебра. Симметрия тензоров

Задачи для разбора с преподавателем: задачи главы 2 4.4, 4.5, 4.7, 4.12 из [1] списка основной литературы

Задачи для самостоятельного решения: индивидуальные задания из самостоятельной работы

Обсуждаемые вопросы: симметричный и антисимметричный тензор, сопутствующий вектор, главные оси и главные значения симметричного тензора, инварианты тензора, тензорный эллипсоид, разложение тензора на сферическую и девиаторную часть, обратный тензор.

Семинар 8.

Тема: Тензорный анализ. Расхождение тензора

Задачи для разбора с преподавателем: задачи главы 7 2.2, 2.3, 2.4 из [1] списка основной литературы.

Задачи для самостоятельного решения: индивидуальные задания из

самостоятельной работы

Обсуждаемые вопросы: производная тензора по скалярному аргументу, производная обратного тензора, производная вектора по направлению, дифференциальная диада, полный дифференциал вектора, деформация и ротация векторного поля, тензорное поле, дивергенция тензорного поля.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

а) основная

1. Акивис, М.А. Тензорное исчисление : учебное пособие / М.А. Акивис, В.В. Гольдберг. - 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2005. - 305 с. - ISBN 5-9221-0424-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67297> (31.08.2018).

2. Тыртышников, Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра : учебное пособие / Е.Е. Тыртышников. - Москва : Физматлит, 2007. - 477 с. - ISBN 978-5-9221-0778-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69330> (31.08.2018).

3. Гордиенко, А.Б. Основы векторного и тензорного анализа : учебное пособие / А.Б. Гордиенко, М.Л. Золотарев, Н.Г. Кравченко. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2009. - 133 с. - ISBN 978-5-8353-0968-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232488> (31.08.2018).

б) дополнительная

1. Френкель, Я.И. Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа / Я.И. Френкель. - Ленинград ; Москва : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1940. - 435 с. - ISBN 978-5-4460-7217-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=102559> (31.08.2018).

2. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров: Определения. Теоремы. Формулы / Г. Корн, Т. Корн. – 6-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2003. – 832 с. (5 экз)

3. Гохман, Э. Введение в тензорное исчисление / Э. Гохман. - Харьков ; Киев : ГОНТИ Украины, 1935. - 136 с. - ISBN 978-5-4458-1180-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=118493> (31.08.2018).

4. Кочин, Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления / Н.Е. Кочин. - 5-е изд., испр. - Ленинград ; Москва : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1937. - 454 с. - ISBN 978-5-4460-8367-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=105572> (31.08.2018).

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Информационно-образовательные ресурсы:

1. Общероссийский математический портал Math-Net.Ru.

Электронные библиотечные системы:

1. Университетская библиотека онлайн <http://biblioclub.ru>

2. «Лань» <http://e.lanbook.com/>

3. ЭБС «Znanium»

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудитория для лекций:

Корпус Е, № 209, количество посадочных мест – 30, мультимедийный комплекс, включающий экран, ноутбук и проектор.

Аудитория для практических занятий:

Корпус Е, № 212, количество посадочных мест – 24.

Аудитории для самостоятельной работы:

Читальный зал корпуса «Е», количество посадочных мест – 22, 9 компьютеров (6 для читателей, 3 для сотрудников); 1 сканер.

Читальный зал корпуса «Б1», количество посадочных мест – 200. 3 компьютера для сотрудников; 1 принтер; 1 копир/принтер; 1 проектор; 2 экрана для проектора; 1 ворота «Антивор»; 1 WIFI-точка доступа. Лицензионное ПО: АИБС МаркSQL.

Компьютерный класс, корпус "Е", ауд.227, количество посадочных мест – 16, Блок системный КМ Office ТЗ-4170, монитор Philips. Лицензионное ПО: Windows 8.1 Pro договор № 50155/ЯР4393 от 12.12.2014 с ООО Софт-лайн Проекты, MathCAD Education договор № 208/13 от 10.06.2013 с ООО ЮнитАльфаСофт.