

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Костромской государственный университет»  
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность: Физика

Квалификация выпускника: бакалавр

*Заверяется электронной подписью зав.  
кафедры*

**Кострома  
2021**

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования направления подготовки 03.03.02–Физика, утвержден 07.08.2020 г., приказ № 891

Разработал: Марголина Наталия Львовна, доцент, кандидат ф.-м. наук, доцент

Рецензент: Шадрин Сергей Юрьевич, заведующий кафедрой общей и теоретической физики, к.т.н., доцент

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой общей и теоретической физики

Шадрин Сергей Юрьевич, к.т.н., доцент

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины:

Сформировать у студентов способность оперировать базовыми понятиями теории вероятностей и готовность к применению практических навыков решения задач по теории вероятностей и математической статистике при обработке и интерпретации экспериментальных данных в различных практических моделях профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

- познакомить студентов с основными понятиями и теоремами классической теории вероятностей, с главными законами распределения дискретных и непрерывных случайных величин;
- научить решать задачи классической теории вероятностей, применять асимптотические теоремы, находить параметры распределения случайной величины;
- познакомить студентов с основными понятиями и теоремами математической статистики, с процедурой обработки выборки, оценки статистических параметров и проверки статистических гипотез;
- научить находить числовые характеристики выборки, находить точечные и интервальные оценки статистических параметров, проверять статистические гипотезы о значении параметров и виде закона распределения.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

освоить компетенции:

**ОПК-1:** Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.

Код и содержание индикаторов компетенции:

**ОПК-1.2.** Обрабатывает экспериментальные данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик.

Знать:

базовые понятия комбинаторики, основные определения и теоремы теории вероятности и математической статистики, виды случайных величин и их основные характеристики, знать процедуру обработки выборки и оценки статистических гипотез в рамках развития способности обрабатывать экспериментальные данные.

Уметь:

вычислять вероятности событий, исследовать случайные величины разных типов и находить их основные характеристики для развития способности самостоятельно выдвигать и формулировать гипотезы, находить точечные и интервальные оценки статистических параметров, проверять статистические гипотезы для формирования способности аппроксимации числовых характеристик эксперимента.

Владеть:

способами оценки статистических параметров, навыками вычисления числовых характеристик выборки и случайных величин в рамках развития способности делать профессиональные выводы по имеющимся опытным данным.

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана. Изучается в 3 семестре.

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках: математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия.

Изучение дисциплины является основой для освоения дисциплин/практик: численные

методы и математическое моделирование, планирование эксперимента и обработка результатов исследования, организация проектной деятельности в школе, методы анализа материалов, научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы), компьютерное моделирование в физике, подготовка и сдача государственного экзамена, защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты.

## 4. Объем дисциплины

### 4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы,	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	5
Общая трудоемкость в часах	180
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	68
Лекции	34
Практические занятия	34
Лабораторные занятия	-
Самостоятельная работа в часах	76+36
Форма промежуточной аттестации	3 семестр (экзамен)

### 4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	34
Практические занятия	34
Лабораторные занятия	-
Консультации	2
Зачет/зачеты	-
Экзамен/экзамены	0,35
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	-
Всего	70,35

## 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

### ✓ Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц	Практ.	Лаб.	
3 семестр						
1	Классическая теория вероятностей	15	4	4	-	7
2	Повторение испытаний. Асимптотические теоремы.	11	2	2	-	7
3	Дискретные случайные величины	16	4	4	-	8
4	Непрерывные случайные величины	16	4	4	-	8
5	Виды законов распределений	11	2	2	-	7
6	Многомерные случайные величины	14	2	4	-	8
7	Закон больших чисел	9	2	-	-	7
8	Элементы математической статистики	16	4	4	-	8
9	Статистическая проверка гипотез	20	6	6	-	8
10	Корреляционно-регрессионный анализ	16	4	4	-	8
Экзамен		36				36
Итого:		180	34	34	-	112

### 5.2. Содержание:

**Тема 1. Классическая теория вероятностей.** Классификация событий и действия над ними. Классическое определение вероятности. Относительная частота. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность события. Теорема умножения вероятностей. Понятие независимых испытаний. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

**Тема 2. Повторение испытаний. Асимптотические теоремы** Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Теорема Пуассона.

**Тема 3. Дискретные случайные величины.** Дискретные случайные величины.

Дискретные случайные величины, функции от них. Математическое ожидание, его свойства. Дисперсия, ее свойства. Среднее квадратичное, его свойства.

**Тема 4. Непрерывные случайные величины.** Непрерывные случайные величины. Определение непрерывных случайных величин. Интегральная функция распределения, ее свойства. Плотность и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия для непрерывных случайных величин.

**Тема 5. Виды законов распределений.** Биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение. Равномерное распределение, экспоненциальное распределение. Нормальное распределение. Распределение Стьюдента, Фишера, Пирсона,  $\chi^2$ .

**Тема 6. Многомерные случайные величины.** Понятие о многомерной случайной величине и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины.

**Тема 7. Закон больших чисел.** Теорема Чебышева. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева, ее применение в физических экспериментах. Теорема Бернулли.

**Тема 8. Элементы математической статистики.** Элементы математической статистики. Выборка. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики выборки. Характеристики среднего и разброса выборки. Оценки параметров теоретического закона распределения. Точечные оценки параметров. Методы моментов и наибольшего правдоподобия. Свойства оценок. Интервальные оценки. Доверительный интервал.

**Тема 9. Статистическая проверка гипотез.** Статистическая проверка гипотез. Критическая область. Ошибки 1 и второго рода. Проверка гипотез о виде распределения (критерий  $\chi^2$ ). Проверка гипотез о параметрах закона распределения (критерии Стьюдента и Фишера). Непараметрические критерии.

**Тема 10. Корреляционно-регрессионный анализ.** Функциональная, стохастическая и корреляционная зависимости. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Корреляционное отношение. Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии.

## 6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### 6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания (Литература)	Форма контроля
<b>3 семестр</b>					
1	Классическая теория вероятностей	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	7	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
2	Повторение испытаний	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	7	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
3	Дискретные случайные величины	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	8	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
4	Непрерывные случайные величины	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	8	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий

5	Виды законов распределений	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	7	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
6	Виды законов распределений	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	8	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
7	Закон больших чисел	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	7	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
8	Элементы математической статистики	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	8	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
9	Статистическая проверка гипотез	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	8	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
10	Корреляционно-регрессионный анализ	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	8	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
		Подготовка к экзамену, экзамен.	36	Лекционный материал	Экзамен
	<b>Итого:</b>		112		

## 6.2. Тематика и задания для практических занятий.

№	Тема практического занятия	Задания для практического занятия
<b>Литература</b> , необходимая для занятий: [1] Задачи и упражнения по теории вероятностей : [учеб. пособие для студ. вузов] / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - 5-е изд., испр. - М. : Академия, 2003. - 448 с. [2] Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. - 9-е изд., стер. - М. : Высш. школа, 2003. - 479 с. [3] Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. пособие для студ. вузов] / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2005. - 479 с. [4] Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. для студ. высш. учеб. заведений] / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 551 с.		
<b>3 семестр</b>		
1.	Классификация событий. Действия над событиями. Пространство элементарных исходов.	[1] стр. 285 № 6.2. 3, 6.2.9,6.2.10,6.2.15.
	Элементы комбинаторики Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.	[4] стр.154 № 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15. [4] стр.161 № 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12. [4] стр.161 № 3, 6, 14. [2] стр. 13 № 26, 28, 32.
	Теореме сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность.	[4] стр.171 № 1, 2, 3, 4, 5, 6. [4] стр. 177 № 1, 2, 3, 4, 5, 6.

	Формула полной вероятности. Формула Байеса.	[4] стр.185 № 1, 3, 5, 7, 9.
2.	Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Формула Пуассона.	[4] стр.193 № 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.
3.	Дискретная случайная величина. Ряд распределения. Многоугольник распределения. Функция распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства.	[1] стр. 341 № 6.8.3, 6.8.4, 6.8.10 (а), 6.8.11, 6.8.16.  [1] стр. 361 № 6.10.3, 6.10.4, 6.10.10.
4.	Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Дисперсия. Свойства дисперсии.	[1] стр.350 № 6.9.3, стр. 353 № 6.9.8, 6.9.10.  [1] стр.364 №6.10.15.,6.1.17.,6.10.18.
5.	Нормальное распределение	[1] стр. 380 № 6.11.26, 6.11.27.
6.	Системы случайных величин.	[1] стр. 391 № 6.12.2.
	Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.	[1] стр. 397 № 6.12.23, 6.12.30.
7.	Условные законы распределения.	[1] стр. 394 № 6.12.10.
	Числовые характеристики двумерной случайной величины.	[1] стр. 395 № 6.12.13, стр. 396 № 6.12.16, стр. 402 № 6.12.32, 6.12.34.
8.	Теорема Чебышева	Индивидуальное задание
9.	Вариационные ряды. Полигон, гистограмма. Эмпирическая функция распределения.	[2] стр. 151 № 440, 442 (а), 444 (а), 447 (а).
10.	Выборочное среднее и ее свойства. Мода, медиана, размах вариационного ряда.	[2] стр. 158 № 451 (дополнительно вычислить моду, медиану, размах).
11.	Выборочная дисперсия и ее свойства. Интервальные оценки.	[2] стр. 161 № 461, 467.  [2] стр. 176 № 502, 504, стр. 179 № 515.
12.	Статистическая проверка гипотез. Проверка гипотез о равенстве двух средних.	[3] стр. 375 № 25.12, стр. 387 № 25.27. [3] стр. 375 № 25.13, стр. 387 № 25.26, 25.29.
13.	Проверка гипотез о равенстве двух дисперсий.	Индивидуальные задания.

14.	Проверка гипотез о числовых значениях параметров.	Индивидуальные задания.
15.	Уравнение парной регрессии. Коэффициент корреляции. Корреляционное отношение. Индекс корреляции.	[3] стр. 390 № 26.2. [3] стр. 390 № 26.2. [3] стр. 390 № 26.2.
16.	Интервальная оценка функции регрессии	Индивидуальные задания.
17.	Проверка значимости уровня регрессии.	Индивидуальные задания.

### 7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Литература	Кол-во книг
<i>Основная</i>		
1	Вентцель, Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : [учеб. пособие для студ. вузов] / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - 5-е изд., испр. - М. : Академия, 2003. - 448 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 440. - ISBN 5-7695-1054-4 : 117.75.	40
2	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. - 9-е изд., стер. - М. : Высш. школа, 2003. - 479 с. : ил. - Предм. указ.: с. 474-479. - ISBN 5-06-004214-6 : 78.65.	14
3	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. пособие для студ. вузов] / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2005. - 479 с. : ил. - Предм. указ.: с. 474-479. - ISBN 5-06-004214-6 : 315.25.	20
4	Кремер, Наум Шевелевич. Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. для студ. высш. учеб. заведений] / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 551 с. - (Золотой фонд российских учебников). - Библиогр.: с. 511-512. - Предм. указ.: с. 539-551. - ISBN 978-5-238-01270-4 : 200.00.	10
<i>Дополнительная</i>		
5	Афанасьев, Владимир Васильевич. Теория вероятностей : [учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений] / В. В. Афанасьев. - М. : ВЛАДОС, 2007. - 350 с. - (Учебник для вузов). - Указ. обозначений: с. 322-326. - Библиогр.: с. 349-350. - ISBN 978-5-691-01525-0 : 200.00.	6
6	Баврин, Иван Иванович. Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений] / И. И. Баврин. - М. : Высш. школа, 2005. - 160 с. - Библиогр.: с. 158. - ISBN 5-06-005322-9 : 138.00.	20
7	Общий курс высшей математики для экономистов : учебник / Б. М. Рудык [и др.] ; Рос. экон. акад. ; под ред. В. И. Ермакова. - М. : Инфра-М, 2007. - 656 с. - Библиогр.: с. 647. - ISBN 5-16-002870-6 : 195.49.	10
8	Сборник задач по высшей математике для экономистов : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] / В. И. Ермаков [и др.] ; Рос. экон. акад. ; под	71

	ред. В. И. Ермакова. - 2-е изд., испр. - М. : ИНФРА-М, 2007. - 575 с. - ISBN 5-16-002781-5 : 160.49.	
9	Сборник задач по высшей математике : с контрольными работами : 2 курс / К. Н. Лунгу [и др.] ; под ред. С. Н. Федина. - 6-е изд. - М. : Айрис-пресс, 2007. - 589, [2] с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-2948-2 : 243.00	1

### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>
2. ЭБС «Университетская библиотека online» <http://biblioclub.ru>
3. ЭБС «Znaniium» <http://znaniium.com/>
4. Консультант Студента. Электронная библиотека технического вуза <http://www.studentlibrary.ru/>

### **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для проведения занятий по дисциплине необходимы учебная аудитория, доска, мел (маркеры для доски), проектор, компьютер (ноутбук).