

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Костромской государственный университет»  
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

Направление подготовки: 03.03.02 *Физика*

Профиль: *Физика*

Квалификация выпускника: *Бакалавр*

**Кострома**

**2022**

Рабочая программа дисциплины «*Линейная алгебра*» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки 03.03.02 *Физика*, утвержденным приказом №819 от 07.08.2020

Разработал: Собашко Ю.А., доцент кафедры высшей математики, к.т.н.

Рецензент: Матыцина Т.Н., заведующий кафедрой высшей математики, к.ф.-м.н., доцент.

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой общей и теоретической физики

Шадрин Сергей Юрьевич, к.т.н., доцент

Протокол заседания кафедры № 8 от 17 марта 2022 г.

ПЕРЕУТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой общей и теоретической физики

Шадрин Сергей Юрьевич, к.т.н., доцент

Протокол заседания кафедры № 6 от 27 февраля 2023 г.

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины: сформировать способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, в частности линейной алгебры, в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

1. дать основные понятия и методы линейной алгебры;
2. научить применять методы линейной алгебры;
3. дать логически стройное изложение основных теоретических разделов линейной алгебры;
4. научить применению теоретических знаний к решению практических задач;
5. повысить математическую подготовку бакалавров для успешного усвоения разделов обязательной части учебного плана, требующих применения методов линейной алгебры.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Освоить компетенцию:

**ОПК-1.** Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.

Код и содержание индикаторов компетенции:

**ОПК-1.1.** Использует в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавая математические модели типовых профессиональных задач, и интерпретирует полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

**Знать:** основные определения; формулировки, а в ряде случаев и доказательства, важнейших теорем линейной алгебры; методы решения прикладных задач средствами линейной алгебры.

**Уметь:** использовать математический аппарат, обосновывать корректность поставленной задачи, применять известные алгоритмы к решению задач, проверять правильность найденного решения задачи; выполнять действия над комплексными числами; вычислять определители; решать системы линейных уравнений тремя способами; иметь понятия линейных операторов, билинейных и квадратичных форм.

**Владеть:** опытом ведения научной дискуссии, решения широкого круга математических задач.

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана. Изучается в 1 семестре обучения.

Изучение дисциплины основывается на курсе элементарной математики, который

изучают обучающиеся в средних общеобразовательных организациях.

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик: Аналитическая геометрия, Математический анализ, Элементарная физика, Механика, Теория вероятности и математическая статистика, Информатика и основы информационной безопасности, Численные методы и математическое моделирование.

Дисциплины и иные компоненты ОП, формирующие указанные выше компетенции: ОПК-1 (способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности) формируется при освоении дисциплин: Линейная алгебра, Аналитическая геометрия, Математический анализ, Теория вероятностей и математическая статистика, Дифференциальные уравнения.

#### 4. Объем дисциплины

##### 4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	5
Общая трудоемкость в часах	180
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	68
Лекции	34
Практические занятия	34
Лабораторные занятия	–
Самостоятельная работа в часах	76
Экзамен	36
Форма промежуточной аттестации	экзамен в 1 семестре

##### 4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	34
Практические занятия	34
Лабораторные занятия	–
Консультации ( <i>на группу</i> )	2
Зачет/зачеты	–
Экзамен/экзамены	0,35
Курсовые работы	–
Курсовые проекты	–
Всего	70,35

## 5 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

### 5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е./час.	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	
1	Комплексные числа	6	2	2	2
2	Системы линейных уравнений	11	2	4	5
3	<i>Индивидуальное домашнее задание</i>	4			4
4	Арифметическое $n$ -мерное пространство	11	4	4	3
5	Матрицы и определители	12	4	4	4
6	<i>Контрольная работа № 1</i>	5		2	3
7	Линейные пространства	12	6	4	2
8	<i>Индивидуальное домашнее задание</i>	4			4
9	Евклидовы пространства	10	4	4	2
10	Линейные операторы	14	6	4	4
11	<i>Контрольная работа № 2</i>	5		2	3
12	Билинейные и квадратичные формы	14	6	4	4
13	Подготовка к экзамену	36			36
14	Экзамен	36			
15	<b>Итого:</b>	<b>180</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>76</b>

### 5.2. Содержание:

**Тема 1. Комплексные числа.** Алгебраическая форма комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Примеры. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня  $n$ -ой степени). Показательная форма комплексного числа. Примеры.

**Тема 2. Системы линейных уравнений.** Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Примеры.

**Тема 3. Арифметическое  $n$ -мерное пространство.** Линейная зависимость и независимость системы векторов, их свойства. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов. Критерий совместности системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений и способ его построения.

**Тема 4. Матрицы и определители.** Понятие матрицы. Операции над матрицами (сложения однотипных матриц, умножение матрицы на действительное число, умножение согласованных матриц) и их свойства. Квадратные и блочные матрицы. Обратимые матрицы. Условие существования обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы  $A^{-1}$  для невырожденной матрицы  $A$ . Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными

в матричной форме. Понятие определителя квадратных матриц. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя  $n$ -ого порядка. Практический способ вычисления определителя. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя. Правило Крамера.

**Тема 5. Линейные пространства.** Понятие линейного пространства. Примеры линейных пространств. Свойства линейных пространств. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Преобразование координат при изменении базиса  $n$ -мерного линейного пространства.

**Тема 6. Евклидовы пространства.** Вещественное евклидово пространство и его простейшие свойства (неравенство Коши–Буняковского, понятие нормы вектора и его свойства, неравенство Минковского). Ортогональная система векторов и ее свойства. Ортонормированный базис.

**Тема 7. Линейные операторы.** Понятие линейного оператора. Примеры. Способы задания линейного оператора. Матричная запись линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Подобные матрицы. Действия над линейными операторами (сложение линейных операторов, умножение линейного оператора на число, умножение линейных операторов) и их свойства. Связь между действиями над линейными операторами и действиями над их матрицами. Ранг и дефект линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов и их свойства. Характеристический многочлен матрицы линейного оператора. Нахождение собственных векторов линейного оператора. Условие приведения матрицы линейного оператора к диагональному виду. Канонический вид линейных операторов. Понятие  $\lambda$ -матрицы и ее свойства. Жорданова форма матрицы линейного оператора.

**Тема 8. Билинейные и квадратичные формы.** Понятие билинейной формы и ее свойства. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису. Ранг билинейной формы. Понятие квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду (т. е. сумме квадратов). Закон инерции квадратичных форм. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

## 6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### 6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации. Рекомендуемая литература	Форма контроля
1	Комплексные числа	Изучение теоретического	2	Лекционный материал, [1]	Опрос на практическом

		материала лекций.			занятия, экзамен
2	Системы линейных уравнений	Изучение теоретического материала лекций.	5	Лекционный материал, [1]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
		Выполнение индивидуального домашнего задания по теме «Системы линейных уравнений».	4	Лекционный материал, [1], [2], [5]	Домашняя контрольная работа
3	Арифметическое $n$ -мерное пространство	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал, [1], [2]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
4	Матрицы и определители	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	4	Лекционный материал, [1]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
		Подготовка к контрольной работе № 1 по теме "Определители второго и действия над матрицами".	3	Лекционный материал, [1], [2]	Контрольная работа
5	Линейные пространства	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал, [1], [4]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
		Выполнение индивидуального домашнего задания по теме «Линейные пространства».	4	Лекционный материал, [1], [2]	Домашняя контрольная работа
6	Евклидовы пространства	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з..	2	Лекционный материал, [1], [2]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
7	Линейные операторы	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	4	Лекционный материал, [1], [2]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
		Подготовка к контрольной работе № 2 по теме «Линейные операторы».	3	Лекционный материал, [1], [2]	Контрольная работа
8	Билинейные и квадратичные	Изучение теоретического	4	Лекционный материал, [1], [2]	Опрос на практическом

	формы	материала лекций. Выполнение д/з.			занятия, разбор домашних заданий, экзамен
9	Подготовка к экзамену.		36	Лекционный материал, [1], [2], [4], [11]	Экзамен
10	<b>Итого</b>		<b>76</b>		

## 6.2. Тематика и задания для практических занятий

№ занят.	Тема практического занятия	Задания для практического занятия
<b>Литература</b> , необходимая для занятий: <i>Фадеев Д. К.</i> , Соминский И. С. Сборник задач по высшей алгебре. [1] <i>Проскурякова И. В.</i> [2]		
1	Комплексные числа.	[1]: №101, №105, №107, №108, №109, №118, №119, №124 №136, №143, №145, №146, №173, №176. Раздать индивидуальные задания (Индивидуальная домашняя контрольная работа)
2–3	Методы решения СЛАУ.	[2]: №578, №580, №693, №689, №700.
3	Линейная зависимость векторов. Базис и ранг системы векторов.	[2]: №639, №641, №642, №673, №672, №676, №681
4	Критерий совместности системы векторов. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.	[2]: №608, №712, №736, №730, №725, №714, №729, №731 №740.
5–6	Матрицы. Действия над матрицами. Обратные матрицы.	[2]: №788, №791, №837, №841, №843, №861, №865, №792 №845, №844, №864.
7	Решение систем с помощью матричных уравнений. Определители.	[1]: №400 (b, d), №100, №236, №239, №255, №257, №259, №262.
8–9	Аудиторная контрольная работа по теме «Нахождение ФНР для системы однородных уравнений.	Подготовка к контрольной работе №2. 1) ФНР системы однородных уравнений (№724–726, 729–731); 2) Вычислить определитель четвертого порядка (№257–

	Вычисление определителя четвертого порядка. Решение систем линейных уравнений (методом Крамера и с помощью матричного уравнения). Нахождение базиса системы векторов. Нахождение ранга матрицы».	269); 3) Решить систему по правилу Крамера и с помощью матричного уравнения (№74–77 (двумя способами)); 4) Вычислить ранг матрицы (№679–681); 5) Найти базис и выразить через него остальные векторы (№1277–1279).
10–15	Линейные пространства. Евклидовы пространства. Линейные операторы. Аудиторная контрольная работа. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	Задачи. №1285, №1297(б), №1298(в), №1277, №1363, №1454; №1465, №1467, №1468, №1470, №1466, №1472, №1479.
16–17	Жордановы формы. Билинейные и квадратичные формы.	Задачи. №1090, №1092, №1094, №1181, №1183, №1185, №1186.

### 6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия отсутствуют.

### 6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов)

Курсовые работы отсутствуют.

## 7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Литература	Кол-во книг
<i>Основная</i>		
1	Математика: Учебное пособие: Том 1 / Кальней С.Г., Лесин В.В., Прокофьев А.А. – М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 352 с.: 60x90 1/16. – (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-10-2 <a href="http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540">http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540</a>	
2	Математика Т.2: Учебное пособие. / Кальней С.Г., Лесин В.В., Прокофьев	

	А.А. – М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 360 с.: 60x90 1/16. – (Высшее образование: Бакалавриат) <a href="http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538">http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538</a>	
3	Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике с контрольными работами: учеб. пособие для вузов. 1 курс. – 6-е изд. – Москва: Айрис-пресс, 2007. – 576 с.: ил.– (Высш. образование). – МО РФ. – ЕН. – ISBN 978-5-8112-2326-8: 154.90; 112.00.	210
4	Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике с контрольными работами: учеб. пособие. 2 курс / под ред. С. Н. Федина. – 4-е изд.; 5-е изд. – Москва: Айрис-пресс, 2006; 2007. – 592 с.: ил. – (Высш. образование). – МО РФ. – ЕН. – ISBN 978-5-8112-2486-9: 122.00.	146
<i>Дополнительная</i>		
5	Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие для вузов: в 4 ч. / А. П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 4-е изд. – Минск: Вышэйш. шк., 2009. – 304 с.: ил. – ISBN 978-985-06-1594-7	233
6	Землякова, И. В. Численные методы: учеб. пособие для спец. 230104, 230201, 230203. – Кострома: КГТУ, 2011. – 94 с. – ОПД. – обязат. – ISBN 978-5-8285-0569-2: 13.78.	46
7	Землякова, И. В. Справочные материалы и задачи для подготовки к экзамену по высшей математике (линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ) [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / И. В. Землякова, Т. А. Чебунькина, Л. А. Ширина ; М-во образования и науки РФ, Костром. гос. ун-т, Каф. высшей математики. – Электрон. текст. данные. – Кострома: КГУ, 2017. – 39 с.	ЭБ
8	Чебунькина, Т. А. Сборник задач по высшей математике [Электронный ресурс]: в 3 ч. Ч. 1 / Т. А. Чебунькина, И. В. Землякова, Л. А. Ширина; М-во образования и науки РФ, Костром. гос. ун-т, Каф. высш. математики. – Электрон. текст. данные. – Кострома: КГУ, 2017. – 91 с. – Библиогр.: с. 91. – ISBN 978-5-8285-0840-2	ЭБ
9	Балабко, Л.В. Численные методы: учебное пособие / Л.В. Балабко, А.В. Томилова; Сев. (Арктич.) федер. ун-т им. М.В. Ломоносова. – Архангельск: ИД САФУ, 2014. – 163 с. <a href="http://biblioclub.ru">http://biblioclub.ru</a>	
10	Численные методы: лабораторный практикум / Шевченко Г.И., Куликова Т.А. – Ставрополь: Изд-во СКФУ, 2016. – 107 с. <a href="http://biblioclub.ru">http://biblioclub.ru</a>	

11	Глазырина, П.Ю. Нормированные пространства. Типовые задачи: [учеб. пособие] / П.Ю. Глазырина, М.В. Дейкалова, Л.Ф. Коркина, – Екатеринбург: Изд-во Урал. Ун-та, 2012. – 108 с. <a href="http://biblioclub.ru">http://biblioclub.ru</a>	
----	--	--

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>
2. ЭБС «Университетская библиотека online» <http://biblioclub.ru>
3. ЭБС «Znanium» <http://znanium.com/>
4. Консультант Студента. Электронная библиотека технического вуза <http://www.studentlibrary.ru/>

## 9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Аудитория для занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Специализированная мебель; ноутбук; переносной мультимедийный проектор; экран; рабочее место преподавателя; учебно-наглядные пособия, обеспечивающие наглядные иллюстрации; доска меловая	Windows Pro 8.1 (поставщик ООО Софт-лайт Проекты, договор №50155/ЯР4393 от 12.12.2014 г.); Свободно распространяемое программное обеспечение: LibreOffice (тип лицензии - <a href="#">GNU LGPL v3+</a> )
Аудитория для занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Специализированная мебель; ноутбук; переносной мультимедийный проектор; экран; рабочее место преподавателя; учебно-наглядные пособия, обеспечивающие наглядные иллюстрации; доска меловая	Windows Pro 8.1 (поставщик ООО Софт-лайт Проекты, договор №50155/ЯР4393 от 12.12.2014 г.); Свободно распространяемое программное обеспечение: LibreOffice (тип лицензии - <a href="#">GNU LGPL v3+</a> )
Помещение для самостоятельной работы обучающихся	Специализированная мебель; рабочие места, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КГУ; демонстрационная LCD-панель; принтеры, в т.ч. большеформатный и цветной; сканеры (форматы А2 и А4); web-камеры; микрофоны	Windows XP по лицензии OEM Software (поставщик ООО «Системный интегратор», договор № 22 ГК от 16.12.2016 г.); АИБС «Марк-SQL» (поставщик НПО «Информ-система», договор № 260420060420 от 26.04.2006 г.); LibreOffice (тип лицензии - <a href="#">GNU LGPL v3+</a> ); Google Chrome (тип лицензии – BSD);

		Adobe Reader Acrobat BC (тип лицензии – free)
Помещение для самостоятельной работы обучающихся	Специализированная мебель; рабочие места, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КГУ; доска меловая	Windows Pro 8.1 (поставщик ООО Софт-лайт Проекты, договор №50155/ЯР4393 от 12.12.2014 г.); LibreOffice (тип лицензии - GNU LGPL v3+); Google Chrome (тип лицензии – BSD); Adobe Reader Acrobat BC (тип лицензии – free)