

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Элементы теории фрактальных размерностей

Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность подготовки «Прикладная математика и информатика»

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Кострома

Рабочая программа дисциплины «Элементы теории фрактальных размерностей» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень подготовки бакалавриат), утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ от 12 марта 2015 года № 228 (рег. 14 апреля 2015 г., № 36844). Год начала подготовки 2017, 2018.

Разработал:  Козырев Сергей Борисович, к.ф.-м.н., доцент
подпись

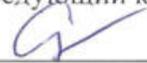
Рецензент:  Секованов Валерий Сергеевич, д.п.н., к.ф.-м.н., профессор
подпись

УТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий

Протокол заседания кафедры № 10 от 03.06.2017 г.

Заведующий кафедрой прикладной математики и информационных технологий

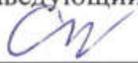
 Секованов Валерий Сергеевич, д.п.н, к.ф.-м.н., профессор КГУ

ПЕРЕУТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий

Протокол заседания кафедры № 9 от 22.05.2018 г.

Заведующий кафедрой прикладной математики и информационных технологий

 Секованов Валерий Сергеевич, д.п.н, к.ф.-м.н., профессор КГУ

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины: познакомить студентов с различными подходами к определению понятия размерности и её измерению.

Задачи дисциплины:

- познакомить с историей открытия фрактальных множеств и их влиянием на развитие математики последнего столетия;
- познакомить с основными фрактальными размерностями и их свойствами;
- научить аналитически и численно определять размерности различных множеств.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- определения и свойства фрактальных размерностей самоподобия и Минковского;
- определение топологической размерности;
- некоторые классические фракталы (множество Кантора, ковёр Серпинского, кривая Коха, канторова пыль и др.) и их свойства;
- различные подходы к численной оценке фрактальной размерности физических фракталов.

уметь:

- строить различные классические фракталы и аналитически определять их размерности;
- численно оценивать фрактальную размерность различных множеств.

владеть:

- методами определения размерности самоподобных множеств;

освоить компетенции:

- ПК-2 (способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат);
- ПК-3 (способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности).

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Элементы теории фрактальных размерностей» изучается в рамках курсов по выбору профессионального цикла в 7 семестре. Для её изучения необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Численные методы».

Данная дисциплина способствует изучению дисциплин по выбору «Элементы теории катастроф» и «Сценарии перехода к хаосу», содержательно дополняет дисциплину «Компьютерная графика».

4. Объём дисциплины «Элементы теории фрактальных размерностей»

4.1. Объём дисциплины в зачётных единицах с указанием академических (астрономических) часов и виды учебной работы

Виды учебной работы,	Очная форма	Очно-заочная	Заочная
Общая трудоёмкость в зачетных единицах	3		
Общая трудоёмкость в часах	108		
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	36		
Лекции	18		
Практические занятия	18		
Лабораторные занятия	-		
Самостоятельная работа в часах	72		
Форма промежуточной аттестации	Зачёт в 7 семестре		

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма	Очно-заочная	Заочная
Лекции	18		
Практические занятия	18		
Лабораторные занятий	-		
Консультации	0,9		
Зачёт/зачёты	0,25		
Экзамен/экзамены	-		
Курсовые работы	-		
Курсовые проекты	-		
Всего	37,15		

5.Содержание дисциплины «Элементы теории фрактальных размерностей», структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Все го з.е/ час	Аудиторные занятия			Самостоятельн ая работа
			Ле кц.	Пр акт.	Лаб.	
1	Введение. Различные подходы к понятию размерности	0,67 /24	6	4	–	14
2	Размерность самоподобия	0,44 /16	2	4	–	10
3	Размерность Минковского	0,72 /26	4	4	–	18
4	Численные способы определения фрактальной размерности	0,89 /32	4	4	–	24
5	Топологическая размерность	0,28 /10	2	2	–	6
	Итого:	3/10 8	18	18	–	72

5.2. Содержание дисциплины

Тема 1. Введение. Различные подходы к понятию размерности. Размерность множества, ее проявления в природе. Качественное описание фрактальных множеств. Фракталы физические и математические. Предыстория проблемы размерности. Работы Г.Кантора. Множество Кантора. Кризис в математике конца XIX в. Кривая Пеано. Различные подходы к определению понятия размерности как следствие кризиса и попытки его разрешения. Основные понятия теории метрических пространств.

Тема 2. Размерность самоподобия. Определение размерности самоподобия. Некоторые классические самоподобные фракталы, их размерность самоподобия и топологическая размерность.

Тема 3. Размерность Минковского. Определение размерности Минковского. Вычисление размерности Минковского для некоторых множеств. Свойства размерности Минковского.

Тема 4. Численные способы определения фрактальной размерности. Клеточный способ определения фрактальной размерности. Его связь с размерностью Минковского. Численные методы вычисления фрактальной

размерности кривых и графиков функций. Корреляционная размерность, её применение для приближённой оценки размерности фрактальных кривых.

Тема 5. Топологическая размерность. Топологический подход к понятию размерности. Определение Урысона. Свойства топологической размерности. Нахождение топологической размерности простейших геометрических объектов: отрезка, квадрата, окружности. Топологическая размерность множества Кантора и других дисконтинуумов.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины «Элементы теории фрактальных размерностей»

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания	Форма контроля
1	Различные подходы к понятию размерности	Изучение литературы, решение задач	14	Используй те литературу [2], [3], [5]	Устный опрос, тестирование
2	Размерность самоподобия	Изучение литературы, решение задач, построение фракталов на компьютере	10	Используй те литературу [1], [2]	Устный опрос, тестирование
3	Размерность Минковского	Изучение литературы, решение задач	18	Используй те литературу [1], [2], [4]	Устный опрос, тестирование
4	Численные способы определения фрактальной размерности	Программная реализация численной оценки фрактальных размерностей, компьютерный эксперимент	24	Используй те литературу [2]	Устный опрос, тестирование, проверка домашних расчётов
5	Топологическая размерность	Изучение литературы, решение задач	6	Используй те литературу [3]	Устный опрос, тестирование

6.2. Тематика и задания для практических занятий

Практические занятия 1–2. Открытые и замкнутые множества.

Основные понятия теории метрических пространств. Свойства открытых и замкнутых множеств. Свойства непрерывных отображений. Множество Кантора, его алгебраические и геометрические свойства. Точки I и II рода. Кривая Пеано.

Практические занятия 3–4. Размерность самоподобия.

Определение размерности самоподобия. Построение классических самоподобных фракталов: салфетка Серпинского, ковёр Серпинского, пыль Кантора, кривая Коха, губка Менгера. Их размерности самоподобия. Построение самоподобного множества, размерность которого приближённо равна заданному значению. Сумма двух множеств Кантора, её свойства.

Практические занятия 5–6. Размерность Минковского.

Определение размерности Минковского. Вычисление размерности Минковского аналитическим способом для некоторых фрактальных и нефрактальных множеств. Свойства размерности Минковского. Построение несамопересекающейся кривой положительной площади. Построение на плоскости области с границей положительной площади. Контрольная работа по пройденному материалу.

Практические занятия 7–8. Численные методы оценки размерности Минковского.

Клеточный метод оценки фрактальной размерности. Оценка, основанная на измерении количества клеток для двух размеров клеточной сетки. Оценка, основанная на измерении количества клеток для нескольких размеров клеточной сетки. Определение приближенной размерности Минковского клеточным методом для некоторых простых фигур: круга, окружности, кривой Коха, графиков функций Ван дер Вардена и Вейерштрасса. Корреляционная размерность. Определение приближенной размерности Минковского с помощью корреляционной размерности для различных кривых и графиков функций.

Практическое занятие 9. Топологическая размерность.

Индуктивное определение Урысона топологической размерности. Топологическая размерность простейших геометрических объектов: двухточечного множества, отрезка, квадрата, окружности, а также топологическая размерность множества Кантора и других фракталов. Свойства топологической размерности.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины «Элементы теории фрактальных размерностей»

а) основная литература:

1. Секованов В.С. Элементы теории фрактальных множеств. 3-е изд., переработанное и дополненное. – Кострома: КГУ, 2010.
2. Секованов В.С. Элементы теории фрактальных множеств. Учебное пособие. 5-е изд. переработанное и дополненное. – М.: ЛИБРОКОМ, 2013.

б) дополнительная литература:

3. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. – СПб.: Лань, 2010.
4. Козырев С. Б. О неформальных фракталах. – Кострома, Вестник КГУ им. Н.А. Некрасова, 2008, Т.14, №2, с.10–14.
5. Колмогоров А.Н. Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Просвещение, 1972.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>
2. Национальный открытый университет ИНТУИТ (www.intuit.ru)

Электронные библиотечные системы:

3. ЭБС «Лань»
4. ЭБС «Университетская библиотека online»
5. ЭБС «Znanium»

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения занятий по дисциплине необходимы учебная аудитория, дисплейный класс, видеопроектор. Необходимое программное обеспечение:

- среда программирования (напр. PascalABC);
- пакет MathCad 14;
- офисный пакет.