

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
«ОСНОВЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА»

Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

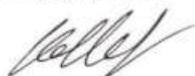
Направленность подготовки «Прикладная математика и информатика»

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Кострома

Рабочая программа дисциплины «Основы функционального анализа» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень подготовки бакалавриат), утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ от 12 марта 2015 года № 228 (рег. 14 апреля 2015 г., № 36844). Год начала подготовки 2017.

Разработал: Ширяев Кирилл Евгеньевич, доцент кафедры высшей математики, кандидат физико-математических наук, доцент

подпись 

Рецензент: Землякова Ирина Владимировна, заведующая кафедрой высшей математики, доктор технических наук, профессор

подпись 

УТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий
Протокол заседания кафедры № 10 от 03.06.2017 г.

Заведующий кафедрой прикладной математики и информационных технологий


_____ Секованов Валерий Сергеевич, д.п.н, к.ф.-м.н., профессор КГУ

ПЕРЕУТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий
Протокол заседания кафедры № 9 от 22.05.2018 г.

Заведующий кафедрой прикладной математики и информационных технологий


_____ Секованов Валерий Сергеевич, д.п.н, к.ф.-м.н., профессор КГУ

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целью курса «Основы функционального анализа» является формирование у студента способности к применению системных теоретических знаний, умений и практических навыков по данной дисциплине.

Основными задачами курса являются: обучение основам функционального анализа.

Задачи данного курса:

– ознакомить слушателей с главными объектами и теоремами функционального анализа (освоение знаний);

– выработать четкое понимание разницы между классическим анализом и функциональным анализом, а также целесообразности в некоторых случаях применять именно результаты функционального анализа (освоение знаний);

– дать представление о таких понятиях как мощность множества, метрическое, линейное, евклидово, гильбертово пространство, мера множества, измеримая функция, ряд Фурье (обобщённый и тригонометрический), интеграл Лебега (освоение знаний);

– отработать практические навыки работы с математическими объектами в произвольных пространствах (формирование и развитие умений и навыков);

– научить применять изученные теоремы для получения теоретических результатов в конкретных функциональных пространствах (формирование и развитие умений и навыков);

– уметь интерпретировать теоретические результаты для практических целей (формирование и развитие умений и навыков).

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Основы функционального анализа» должны **знать**:

- основные факты теории множеств;
- различные виды пространств, структуры, вводимые в них;
- теорему Банаха о неподвижной точке и ее применение;
- понятия теории обобщённых и тригонометрических рядов Фурье;
- базовые понятия теории меры Лебега, понятие интеграла Лебега, его связь и отличия от интеграла Римана;

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Основы функционального анализа» должны **уметь**:

- решать типовые задачи теории множеств;

- решать задачи функционального анализа и интерпретировать решение в терминах классического анализа, как частного случая;
- выполнять разложение функций в тригонометрический ряд (в том числе по синусам, по косинусам);
- пояснять разницу между точкой зрения классического анализа и функциональным анализом, в частности разницу между интегралами Римана и Лебега;

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Основы функционального анализа» должны **владеть**:

- методами решения классических задачи теории множеств;
- методами решения операторных уравнений с помощью теоремы Банаха о неподвижной точке
- методикой разложения функций в ряд Фурье по тригонометрической или другой ортонормальной системе;

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Основы функционального анализа» должны **освоить компетенции**:

- способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
- способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2)

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Основы функционального анализа» относится к **базовой** части учебного плана.

Изучается в 5 семестре.

Требования к ранее освоенным дисциплинам. Для изучения учебной дисциплины «Основы функционального анализа» необходимы знания, умения и навыки, формируемые дисциплинами «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Основы естествознания (физика)», «Дискретная математика», «Теоретические основы информатики», «Естественнонаучная картина мира», «Основы синергетики» (в плане компетенции ОПК-1); «Математический анализ», «Комплексный анализ», «Алгебра и геометрия», «Дискретная математика» (в плане компетенции ПК-2).

Изучение дисциплины «Основы функционального анализа» **является основой** для освоения последующих дисциплин «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимизации», «Теория алгоритмов», «Теория игр и исследование операций», (в плане формирования ОПК-1); «Построение фракталов с помощью системы итерированных функций», «Элементы нелинейной динамики», «Элементы теории фрактальных

размерностей», «Элементы теории катастроф», «Элементы теории вейвлет-анализа», «Разработка алгоритмов построения фрактальных множеств», «Сценарии перехода к хаосу», «Универсальные математические константы» (в плане формирования ПК-2)

4. Объем дисциплины (модуля)

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических (астрономических) часов и виды учебной работы (Очная форма)

Виды учебной работы	Всего
Общая трудоемкость в зачетных единицах	2
Общая трудоемкость в часах	72
Аудиторные занятия в часах, в том числе	32
Лекции	16
Практические занятия	16
Лабораторные занятия	-
Самостоятельная работа в часах	40
Форма промежуточной аттестации	Зачет в 5 семестре

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Количество часов
Лекции	16
Практические занятия	16
Лабораторные занятия	-
Консультации(на группу)	0,8
Зачет/зачеты	0,25
Экзамен/экзамены	
Курсовые работы	
Всего	33,05

5.Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1 Тематический план учебной дисциплины

№ п/п	Наименование темы	Всего часов	Аудиторные занятия	Сам. раб.	Формы текущего
-------	-------------------	-------------	--------------------	-----------	----------------

			Лекц.	Практ.	Лаб.		контроля
1	Элементы теории множеств	12	2	2	-	8	Опрос, письменный опрос
2	Метрические пространства	12	2	2	-	8	Опрос, письменный опрос
3	Линейные, нормированные, гильбертовы пространства	12	4	2	-	6	Опрос, письменный опрос
4	Тригонометрические ряды Фурье	20	4	8	-	8	Опрос, контр. раб.
5	Мера Лебега и интеграл Лебега	16	4	2	-	10	Опрос, письменный опрос
Итого:		72	16	16	-	40	

5.2. Содержание дисциплины

Тема 1. Элементы теории множеств. Множества, операции над ними. Отображения множеств, отношения, аксиома выбора и лемма Цорна. Эквивалентность множества, счетные множества, мощность множества, мощность континуума.

Тема 2. Метрические пространства. Метрика. Примеры метрических пространств. Базовые понятия в метрических пространствах. Ограниченность, предел по метрике и его свойства. Точки прикосновения и замыкание. Открытые и замкнутые множества. Полнота метрического пространства. Сжатие и его непрерывность. Теорема Банаха о неподвижной точке. Связные и компактные метрические пространства, их свойства.

Тема 3. Линейные, нормированные, гильбертовы пространства. Линейные пространства, примеры. Линейные функционалы. Нормированные пространства, евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Примеры. Сепарабельные евклидовы пространства. Теорема о существовании ортонормированного базиса. Обобщённые ряды Фурье, коэффициенты Фурье, неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Гильбертовы пространства, теорема об изоморфизме.

Тема 4. Тригонометрические ряды Фурье. Тригонометрические ряды Фурье. Разложение функций. Ряды по синусам и по косинусам.

Тема 5. Мера Лебега и интеграл Лебега. Мера Лебега. Измеримость множеств. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Название темы	Задание	Время выполнения	Формы контроля
1	Элементы теории множеств	Изучение литературы, конспектирование, решение задач	8	Проверка конспектов и домашних заданий, контрольная работа.
2	Метрические пространства	Изучение литературы, решение задач.	8	Проверка домашних заданий и лекционных упражнений
3	Линейные, нормированные, гильбертовы пространства	Решение задач.	6	Проверка домашних заданий и лекционных упражнений, контрольная работа.
4	Тригонометрические ряды Фурье	Решение задач	8	Проверка домашних заданий, контрольная работа.
5	Мера Лебега и интеграл Лебега	Изучение литературы, решение задач	10	Устный опрос, проверка домашних заданий, домашняя контрольная работа.

6.2. Тематика и задания для практических занятий.

Ниже указаны страницы материалов по литературе для подготовки практическим занятиям.

№ п/п	Наименование темы	Учебник Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа - М. : Наука, 1989	Задачник Дерр, Василий Яковлевич. Функциональный анализ : лекции и упражнения : [учеб. пособие для студ. вузов] / В. Я. Дерр. - М. : КНОРУС, 2013. http://biblioclub.ru/
1	Элементы теории множеств	с.33-35	с.12-15
2	Метрические пространства	с.123-125	с.23-27
3	Линейные, нормированные, гильбертовы пространства	с.39-41	с.40-47
4	Тригонометрические ряды Фурье	с.65-67	с.34-37, 54-58
5	Мера Лебега и интеграл Лебега	с.114-144	с.65-72

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий.

Лабораторные занятия отсутствуют

6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ

Не предусмотрено планом

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

№	Литература	Кол-во книг
Основная литература		
1	Дерр, Василий Яковлевич. Функциональный анализ : лекции и упражнения : [учеб. пособие для студ. вузов] / В. Я. Дерр. - М. : КНОРУС, 2013.	

	http://biblioclub.ru/	
2	Рудин, Уолтер. Функциональный анализ / Рудин, Уолтер ; пер. с англ. В. Я. Лина ; под ред. Е. А. Горина. - Изд. 2-е, испр. и доп. - СПб. : Лань, 2005. URL: http://biblioclub.ru/	
3	Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник : [в 3 т.]. Т. 3 / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 9-е, стер. - СПб. : Лань, 2009. - 656 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике). - Алф. указ.: с. 650-656. - ISBN 978-5-8114-0675-3 : 568.26.	11
4	Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник : [в 3 т.]. Т. 2 / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 9-е, стер. - СПб. : Лань, 2009. - 800 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике). - Алф. указ.: с. 795- 800. - ISBN 978-5-8114-0674-6 : 649.44.	11
5	Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник : [в 3 т.]. Т. 1 / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 9-е, стер. - СПб. : Лань, 2009. - 607, [1] с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике). - Алф. указ.: с. 600-607. - ISBN 978-5-8114-0673-9 : 521.84.	11
Дополнительная литература		
1	Вулих, Б. 3. Введение в функциональный анализ. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1967. - 415 с. - Библиогр.: с. 410-411. - Предм. указ.: с. 412-415. - 1.86.	1
2	Геворкян, Павел Самвелович. Высшая математика. Интегралы, ряды, ТФКП, дифференциальные уравнения : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : допущено Минобрнауки РФ. [ч. 2] / Геворкян, Павел Самвелович. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 272 с. - Предм. указ.: с. 265-269. - ISBN 978-5-9221-0710-5 : 311.85.	3
3	Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : [учеб. для студентов мат. спец. вузов] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин ; под ред. А. Н. Тихонова. - Изд. 6-е, испр. - М. : Наука, 1989. - 623 с. : ил. - Библиогр.: с. 607-609 (57 назв.). - Предм.	25

	указ.: с.610-623. - ISBN 5-02-013993-9 : 1.50.	
4	Натансон, И. П. Теория функций вещественной переменной : [учеб. пособие для студентов вузов] : допущено М-вом образования СССР. - Изд. 3-е. - М. : Наука, 1974. - 480 с. : ил. - 1.24.	1
5	Очан, Ю. С. Сборник задач по математическому анализу : Общая теория множеств и функций : [учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов] : допущено М-вом просвещения СССР / под ред. М. Ф. Бокштейна. - М. : Просвещение, 1981. - 272 с. : ил. - Указ. обозначений в конце текста. - 0.70.	1
6	Ревина, С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учебное пособие / С.В. Ревина, Л.И. Сазонов ; Федеральное агентство по образованию Российской Федерации, Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Южный федеральный университет". - Ростов-н/Д : Издательство Южного федерального университета, 2009. - 120 с. - библиогр. с: С. 118-119. - ISBN 978-5-9275-0683-5 ; То же [Электронный ресурс]. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=240944	-
7	Данилин, А.Р. Функциональный анализ : учебное пособие / А.Р. Данилин. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2012. - 200 с. - ISBN 978-5-7996-0720-3 ; То же [Электронный ресурс]. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=239528	-

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>

ЭБС Университетская библиотека онлайн <http://biblioclub.ru>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения занятий по дисциплине необходимы учебная аудитория, доска, мел (маркеры для доски), проектор, ноутбук.