

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ДИНАМИЧЕСКИЕ
СИСТЕМЫ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ**

Направление подготовки 01.06.01 Математика и механика

Направленность: Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление

Квалификация (степень) выпускника: Исследователь. Преподаватель-
исследователь

Кострома

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 года № 866 с изменениями и дополнениями от 30 апреля 2015 года.

Разработал: Ширяев Кирилл Евгеньевич, доцент кафедры высшей математики, кандидат физико-математических наук, доцент

Рецензент: Землякова Ирина Владимировна, заведующий кафедрой высшей математики, доктор технических наук, профессор

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой
высшей математики



Землякова Ирина Владимировна,
доктор технических наук, профессор

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 5 от 28 января 2021 г.

Заведующий кафедрой высшей математики


подпись

Матьцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Курс «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» является важной частью образования аспирантов направленности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», что понятно из названия. Курс ценен и как самостоятельная математическая дисциплина со специфическими методами, и особенно в плане практического применения к задачам механики, физики, химии, экономики и т.д. вплоть до социологии и этнологии.

Целью данного курса является формирование у аспиранта способности к применению системных теоретических знаний, умений и практических навыков в дисциплине «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Задачи данного курса:

- ознакомить аспирантов с основными понятиями и главными теоремами теории дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления;
- сформировать навык качественного исследования главных видов обыкновенных дифференциальных уравнений;
- научить анализировать методами теории динамических систем нелинейные системы;
- научить решать прикладные задачи методом составления дифференциального или функционального уравнения, включающего управление, и последующего его решения, научить интерпретировать полученные результаты.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» должны **знать**:

- основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории динамических систем и теории оптимального управления;
- типы классических задач теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории динамических систем и теории оптимального управления;
- теоремы существования и единственности решений дифференциальных уравнений в различных функциональных пространствах;
- связь между различными понятиями теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории динамических систем и теории оптимального управления.

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», должны **уметь**:

- определять типы различных задач и оптимальную методику решения;
- правильно применять классический метод решения для задач указанного типа;
- исследовать решения на качественные свойства (устойчивость и т. п.).

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», должны **владеть**:

- методами формализации для физических и геометрических задач;
- методикой интерпретации полученных решений с точки зрения физики и геометрии.

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», должны **освоить компетенции**:

- ОПК-1 (способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий).
- ПК-1 (способность ставить задачи, приводящие к решению дифференциальных

уравнений, формализовывать такие задачи, исследовать оптимальную методику их решения в рамках специализации).

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» относится к вариативной части учебного плана, к обязательным дисциплинам. Изучается в 3 и 4 семестрах. Дисциплина обеспечивает приобретение компетенций в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта нового поколения.

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках:

– курсах математики образовательных организаций высшего образования, уровней подготовки: бакалавриат, специалитет, магистратура (требуется владение аппаратом дифференциального и интегрального исчисления, линейной алгебры, функционального анализа).

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик:

– «Теория показателей», «Математическая теория устойчивости», практики по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности по направленности, научно-исследовательской деятельности и подготовке научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук, представления научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы (диссертации) (для компетенции ОПК-1);

– «Классификация линейных систем», «Линейные операторы в гильбертовых пространствах», практики по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности по направленности, научно-исследовательской деятельности и подготовке научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук, представления научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы (диссертации) (для компетенции ПК-1).

4. Объем дисциплины (модуля)

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических (астрономических) часов и виды учебной работы

Виды учебной работы	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	4
Общая трудоемкость в часах	144
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	68
Лекции	30
Практические занятия	38
Лабораторные занятия	-
Самостоятельная работа в часах	40+36
Формы промежуточной аттестации	Зачет в 3 семестре, экзамен в 4 семестре (кандидатский экзамен)

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	30
Практические занятия	38
Лабораторные занятия	-
Консультации (на группу)	3,5
Зачет/зачеты	0,25
Экзамен/экзамены	1 (кандидатский экзамен)
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	-
Всего	72,75

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Теорема существования единственности решения задачи Коши	8	2	2	-	4
2	Свойства решений как теорема существования в пространстве функций, обладающих указанными свойствами	18	6	4	-	8
3	Принцип сжимающих отображений в пространствах различной метрики	20	6	6	-	8
4	Понятие динамической системы	12	2	4	-	6
5	Оператор Коши как пример динамической системы, его свойства	20	8	8	-	4
Зачет		-	-	-	-	-
Всего за 3 семестр:		78	24	24	-	30
6	Понятие об управлении как элементе некоторого функционального пространства	14	2	8	-	4
7	Принцип максимума Понтрягина	16	4	6	-	6
Всего за 4 семестр:		30	6	14	-	10
Экзамен		36	-	-	-	36
Итого:		4/144	30	38	-	76

Примечание: 36 часов на экзамен взято из самостоятельной работы в обоих семестрах, поэтому часы самостоятельной работы отличаются от плановых по семестрам.

5.2. Содержание

Тема 1. Теорема существования единственности решения задачи Коши. Задача Коши для уравнения. Решение задачи Коши. Постановка задачи для системы, для уравнений порядка выше первого. Частные случаи (линейные, периодические системы).

Тема 2. Свойства решений как теорема существования в пространстве функций, обладающих указанными свойствами. Теорема о продолжаемости решения. Теоремы зависимости от начальных условий и параметров. Непрерывность и дифференцируемость.

Тема 3. Принцип сжимающих отображений в пространствах различной метрики. Понятие сжатия. Метрическое пространство, виды метрик. Метрика равномерной сходимости, ее порождение соответствующей нормой. Система полунорм. Компактная открытость. Принцип сжимающих отображений.

Тема 4. Понятие динамической системы. Динамические системы, их свойства. Линейные и нелинейные системы. Динамические системы, задаваемые системами обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 5. Оператор Коши как пример динамической системы, его свойства. Определение оператора Коши. Свойства оператора Коши произвольной системы. Групповое свойство Ли оператора Коши. Оператор Коши линейной системы.

Тема 6. Понятие об управлении как элементе некоторого функционального пространства. Задачи на управление, их связь с теорией дифференциальных уравнений. Определение управления. Оптимальное управление.

Тема 7. Принцип максимума Понтрягина. Принципы максимума для различных задач математической физики. Теорема о существовании оптимального управления (задача оптимизации). Принцип максимума для задачи оптимизации.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Литература для проведения практических занятий и самостоятельной работы обучающихся:

[1] Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / И. Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 206 с. ISBN 978-5-9221-1144-7 <http://znanium.com/bookread2.php?book=544800>

[2] Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособие для студентов вузов : допущено М-вом высшего и среднего спец. образования СССР / А. Ф. Филиппов. - Изд. 5-е, испр. - М. : Наука, 1979. - 128 с. : ил. - 0.25.

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания	Форма контроля
1	Теорема существования единственности решения задачи Коши	Изучение литературы, решение задач	4	Лекционный материал, [1] (с. 33-35)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование

2	Свойства решений как теорема существования в пространстве функций, обладающих указанными свойствами	Изучение литературы, решение задач	8	Лекционный материал, [1] (с. 123-125)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
3	Принцип сжимающих отображений в пространствах различной метрики	Изучение литературы, решение задач	8	Лекционный материал, [1] (с. 163-167)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
4	Понятие динамической системы	Изучение литературы, решение задач	6	Лекционный материал, [1] (с. 183-186)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
5	Оператор Коши как пример динамической системы, его свойства	Изучение литературы, решение задач	4	Лекционный материал, [1] (с. 188-210)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
6	Понятие об управлении как элементе некоторого функционального пространства	Изучение литературы, решение задач	4	Лекционный материал, [1] (с. 243-246)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
7	Принцип максимума Понтрягина	Изучение литературы, решение задач	6	Лекционный материал, [1] (с. 223-229)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
	Подготовка к сдаче кандидатского экзамена	Изучение литературы, решение типовых задач	36	Лекционный материал, [1], [2]	Кандидатский экзамен

6.2. Тематика и задания для практических занятий

№	Наименование темы	Содержание практического занятия	Рекомендуемые материалы для практического занятия
1	Теорема существования единственности решения задачи Коши	Задача Коши для уравнения и системы. Другие задачи. Корректность	[2], с. 12-15

2	Свойства решений как теорема существования в пространстве функций, обладающих указанными свойствами	Непрерывная зависимость решений от параметра и дифференцируемость по нему	[2], с. 23-27
3	Принцип сжимающих отображений в пространствах различной метрики	Полнота пространства. Метрика равномерной сходимости	[2], с. 40-47
4	Понятие динамической системы	Общее определение динамической системы. Примеры	[2], с. 34-37, 54-58
5	Оператор Коши как пример динамической системы, его свойства	Динамические системы, задаваемые системой дифференциальных уравнений	[2], с. 114-118
6	Понятие об управлении как элементе некоторого функционального пространства	Задачи, приводящие к оптимальному управлению. Уравнение Эйлера	[2], с. 127-132
7	Принцип максимума Понтрягина	Свойства решений задач ОПУ	[2], с. 142-145

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия по данной дисциплине не запланированы.

6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ

Курсовые работы по данной дисциплине не запланированы.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

<i>Основная литература</i>		
1	Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / И. Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 206 с. ISBN 978-5-9221-1144-7 http://znanium.com/bookread2.php?book=544800	
2	Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И. Г. Петровский. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 404 с. - (Классика и современность) (Математика). - ISBN 978-5-9221-1090-7 : 160.00.	2
<i>Дополнительная литература</i>		
1	Асташова И. В. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения» : учебное пособие / И. В. Асташова, В. А. Никишкин. - М. : Евразийский открытый институт, 2011. - 96 с. - ISBN 978-5-374-00488-5 ; То же [Электронный ресурс]. http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90289	
2	Гусаров Ю. В. Управление: динамические процессы и современные приоритеты: Монография / Ю. В. Гусаров, Л. Ф. Гусарова. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 252 с.: 60x88 1/16. - (Научная мысль; Экономика). (обложка) ISBN 978-5-16-006818-3 http://znanium.com/bookread2.php?book=409081	

3	Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А. Б. Васильева [и др.]. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 432 с. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова [и др.] ; Вып. 10). - Библиогр.: с. 430-431. - ISBN 5-9221-0276-1 : 335.61.	5
4	Жирабок А. Н. Алгебраические методы анализа нелинейных динамических систем / А. Н. Жирабок, А. Е. Шумский ; РАН Дальневосточное отд-ние, Ин-т проблем морских технологий. - Владивосток : Дальнаука, 2008. - 232 с. - Библиогр.: 225-229. - ISBN 978-5-8044-0905-1 : 150.00.	1
5	Ильин А. В. Методы робастного обращения динамических систем / А. В. Ильин, С. К. Коровин, В. В. Фомичев. - М.: Физматлит, 2009. - 224 с.: ISBN 978-5-9221-1171-3 http://znanium.com/bookread2.php?book=544779	
6	Каратеодори К. Вариационное исчисление и дифференциальные уравнения первого порядка в частных производных = Calculus of variations and partial differential equations of the first order : монография / К. Каратеодори ; пер. с англ. Л. Б. Вертгейма ; под ред.: С. В. Болотина, И. С. Тайманова. - М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2012. - 552 с. - Библиогр.: с. 511-534. - Предм. указ.: с. 545-552. - ISBN 978-5-4344-0081-7 : 235.00.	1
7	Марголина Н. Л. Некоторые виды устойчивости в линейных системах с неограниченными коэффициентами : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук : спец. 01 01 02 - дифференциальные уравнения / Н. Л. Марголина ; МГУ им. М. В. Ломоносова, Механико-математический фак. - М., 2009. - 10, [1] с. - Библиогр.: с. 10. - 10.00.	1
8	Оптимальное управление / под ред. Н. П. Осмоловский, В. М. Тихомиров. - М. : МЦНМО, 2008. - 320 с. - ISBN 978-5-94057-367-8 ; То же [Электронный ресурс]. http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63270	
9	Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. для ун-тов / Л. С. Понтрягин. - Изд. 3-е, стер. - М. : Наука, 1970. - 331 с. - Предм. указ.: с. 329-331. - 0.75.	1
10	Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособие для студентов вузов : допущено М-вом высшего и среднего спец. образования СССР / А. Ф. Филиппов. - Изд. 5-е, испр. - М. : Наука, 1979. - 128 с. : ил. - 0.25.	5

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>

ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>

ЭБС Университетская библиотека онлайн <http://biblioclub.ru>

ЭБС «ZnaniUM.COM» <http://znanium.com>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Ауд. 412 корп. Е – аудитория для лекционных, семинарских/практических занятий, индивидуальных/групповых консультаций, текущего	Число посадочных мест – 50	Специальное ПО не требуется
--	----------------------------	-----------------------------

контроля и промежуточной аттестации		
Ауд. 406 корп. Е – помещение для самостоятельной работы (компьютерный класс)	Число посадочных мест – 24. Число мест оборудованных компьютерами – 12 с выходом в интернет Оснащенность: компьютер для преподавателя, стационарный проектор, переносной экран	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice
Ауд. 201 корп. Б1 – помещение для самостоятельной работы (читальный зал)	Число посадочных мест – 200. Оснащенность: 3 компьютера для сотрудников; принтер; копир/принтер; проектор; 2 экрана для проектора; ворота «Антивор»; WiFi- точка доступа	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice; автоматизированная информационно- библиотечная система «МАРК – SQL»
Ауд. 202 корп. Б1 – помещение для самостоятельной работы (электронный читальный зал)	Число посадочных мест – 22. Число мест, оборудованных компьютерами – 22 с выходом в интернет. Оснащенность: 4 компьютера для сотрудников; 4 принтера; плоттер; 2 сканера; МФУ; ЛСД ТВ	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice; автоматизированная информационно- библиотечная система «МАРК – SQL»