

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Костромской государственный университет»  
(КГУ)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ГЕОМЕТРИЯ**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилями подготовки)

Направленности: Математика, физика

Квалификация выпускника: бакалавр

**Кострома  
2023**

Рабочая программа дисциплины «Геометрия» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 № 125 (зарегистрировано Министерством юстиции Российской Федерации 15.03.2018 регистрационный № 50358), с изменениями, внесенными приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 08.02.2021 № 83 (зарегистрировано Министерством юстиции Российской Федерации 12.03.2021 регистрационный № 62739); в соответствии с учебным планом направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (направленности Математика, физика), годы начала подготовки 2023, 2024.

Разработал: Матыцина Т. Н., заведующий кафедрой высшей математики, к. ф.-м. н., доцент

Рецензент: Бобков Н. Н., директор муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения города Костромы «Лицей № 34», к. ист. н., доцент

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой высшей математики:

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

Протокол заседания кафедры № 8 от 05.05.2023 г.

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 5 от 19.03.2024 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины: формирование у студентов понимания основ геометрии и воспитание у них общей геометрической культуры, необходимой как для глубокого понимания школьного курса математики, так и для освоения смежных математических дисциплин; вооружить будущего преподавателя конкретными знаниями, дающими ему возможность преподавать геометрию в основной и средней школе и квалифицированно вести геометрические курсы по выбору.

Задачи дисциплины:

- обеспечить развитие у будущих педагогов достаточно широкого взгляда на геометрию, развитие познавательного интереса к изучению геометрии в целом;
- дать студентам необходимые геометрические знания для преподавания геометрии в основной и средней школе;
- развитие геометрического мышления, пространственных представлений;
- развить умения самостоятельной работы с математической литературой, с учебными пособиями;
- воспитать общую математическую культуру, необходимую будущему учителю для глубокого понимания школьного курса геометрии (как в обычной школе, так и в школе с углубленным изучением математики);
- формирование умений самостоятельно приобретать геометрические знания, свободно применять соответствующий геометрический аппарат, использовать геометрические методы при решении конкретных задач;
- формирование научного мировоззрения, понимание места и роли геометрии в современной науке, ее значения в жизни современного общества;
- развитие у будущих учителей математики умений и навыков, которые позволят им свободно владеть способами доказательства утверждений и теорем;
- осознание студентами возможностей применения геометрических знаний в будущей профессиональной деятельности.

Кроме того, одной из задач изучения данного курса является научно-образовательное, профессионально-трудовое воспитание обучающихся посредством содержания дисциплины и актуальных воспитательных технологий.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*освоить компетенции:*

– ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний

*Код и содержание индикаторов компетенции:*

– ИОПК-8.1. Демонстрирует владение системой специальных научных знаний в предметной области

– ИОПК-8.2. Применяет специальные предметные знания в педагогической деятельности по направленности программы

*Знать:*

– основные понятия, формулы, утверждения и теоремы геометрии;  
– основные способы и методы доказательства теорем и основные методы решения геометрических задач.

*Уметь:*

– применять основные понятия, формулы, теоремы при решении геометрических задач;  
– использовать основные способы доказательства утверждений при доказательстве теорем для развития основных профессиональных функций;  
– применять основные методы и формулы при решении геометрических задач, в том числе школьного курса геометрии.

*Владеть:*

- способами доказательства утверждений и теорем для качественной реализации профессиональных функций;
- основными методами решения задач из области геометрии.

### 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана. Изучается в 1 – 6 семестрах обучения.

*Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках:*

курс элементарной математики, изучаемый в среднем общеобразовательном учреждении.

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик:

Организация исследовательской деятельности в системе образования, Математический анализ, Алгебра, Механика, Молекулярная физика, Электричество и магнетизм, Оптика, Атомная и ядерная физика, Теория вероятностей и математическая статистика, Астрономия, Дифференциальные уравнения, учебная практика (ознакомительная), производственная практика (педагогическая, образовательно-воспитательная), производственная практика (педагогическая по физике), производственная практика (педагогическая по математике), Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

### 4. Объем дисциплины

#### 4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	21
Общая трудоемкость в часах	756
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	266
Лекции	140
Практические занятия	126
Лабораторные занятия	0
Практическая подготовка	0
Самостоятельная работа в часах	336,1 + 144 (контроль)
Форма промежуточной аттестации	Зачет с оценкой (1, 5 семестры) – 0,5 часа Экзамен (2, 3, 4, 6 семестры) – 1,4 часа Консультации к экзаменам (8 часов) Курсовая работа (6 семестр)

#### 4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	140
Практические занятия	126
Лабораторные занятия	–
Консультации	8
Зачет/зачеты	0,5
Экзамен/экзамены	1,4
Курсовые работы	–
Курсовые проекты	–
Практическая подготовка	–
Всего	275,9

## 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

### 5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е./час	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
<b>1 семестр</b>						
1	Элементы векторной алгебры на плоскости и в пространстве	1,28/46	16	6	0	24
2	Метод координат на плоскости	0,75/27	6	4	0	17
3	Прямая линия на плоскости	0,97/34,75	12	6	0	16,75
	ИКР (зачет с оценкой)	0,01/0,25				
	<b>Итого за 1 семестр</b>	<b>3/108</b>	<b>34</b>	<b>16</b>	<b>0</b>	<b>57,75</b>
<b>2 семестр</b>						
4	Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведение векторов	0,72/26	8	8	0	10
5	Плоскости и прямые в пространстве	0,66/24	6	8	0	10
6	Линии второго порядка на евклидовой плоскости	0,81/29	1	8	0	20
7	Поверхности второго порядка в евклидовом пространстве	0,74/26,65	1	6	0	19,65
	ИКР (консультация к экзамену, экзамен)	0,06/2,35				
	<b>Экзамен</b>	<b>1/36</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>36</b>
	<b>Итого за 2 семестр</b>	<b>4/144</b>	<b>16</b>	<b>30</b>	<b>0</b>	<b>59,65 + 36</b>
<b>3 семестр</b>						
8	Преобразования плоскости и их приложения к решению задач	1,78/64	18	8	0	38
9	Геометрические построения на плоскости	1,16/41,65	18	12	0	11,65
	ИКР (консультация к экзамену, экзамен)	0,06/2,35				
	<b>Экзамен</b>	<b>1/36</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>36</b>
	<b>Итого за 3 семестр</b>	<b>4/144</b>	<b>36</b>	<b>20</b>	<b>0</b>	<b>49,65 + 36</b>
<b>4 семестр</b>						
10	Методы изображения плоских и пространственных фигур	1,22/44	8	4	0	32
11	Исторический обзор развития оснований геометрии	0,47/17	0	1	0	16
12	Система аксиом Гильберта	0,42/15	0	1	0	14

13	Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства	0,42/15	0	1	0	14
14	Система аксиом школьного курса геометрии	0,41/14,65	0	1	0	13,65
	ИКР (консультация к экзамену, экзамен)	0,06/2,35				
	Экзамен	36	–	–	–	36
	Итого за 4 семестр	4/144	8	8	0	89,65 + 36
5 семестр						
15	Гиперболическая геометрия Лобачевского	0,61/22	6	6	0	10
16	Элементы сферической геометрии	0,56/20	6	8	0	6
17	Эллиптическая геометрия на плоскости	0,28/10	2	2	0	6
18	Полуевклидовы геометрии	0,55/19,75	6	8	0	5,75
	ИКР (зачет с оценкой)	0,01/0,25	0	0	0	0
	Итого за 5 семестр	2/72	20	24	0	27,75
6 семестр						
19	Проективное пространство	0,72/26	10	10	0	6
20	Проективные координаты	0,67/24	8	10	0	6
21	Проективные отображения	0,55/19,65	8	8	0	3,65
	ИКР (консультация к экзамену, экзамен)	0,06/2,35				
	Курсовая работа	1/36				36
	Экзамен	1/36	–	–	–	36
	Итого за 6 семестр	4/144	26	28	0	51,65 + 36
	<b>Итого</b>	<b>21/756</b>	<b>140</b>	<b>126</b>	<b>0</b>	

## 5.2. Содержание:

**Тема 1. Элементы векторной алгебры на плоскости и в пространстве.** Направленные отрезки. Векторы, операции над векторами и их свойства. Коллинеарные векторы. Компланарные векторы. Линейная зависимость векторов. Алгебраический смысл коллинеарности и компланарности векторов. Теорема о разложении произвольного вектора пространства по тройке некопланарных векторов. Определение векторного пространства. Базис векторного пространства. Координаты вектора относительно данного базиса. Условие коллинеарности векторов в координатах. Ортонормированный базис. Скалярное произведение векторов и его свойства. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии.

**Тема 2. Метод координат на плоскости.** Аффинная система координат на плоскости. Координаты точки относительно данной аффинной системы координат. Прямоугольная декартова система координат. Простейшие задачи в координатах. Ориентация плоскости. Угол между векторами на ориентированной плоскости. Преобразование одной аффинной системы координат в другую. Преобразование одной прямоугольной системы координат в другую. Полярные координаты. Аналитические условия, определяющие фигуру в данной системе

координат. Понятие уравнения фигуры относительно данной системы координат. Уравнение окружности. Задачи на отыскание множества точек плоскости.

**Тема 3. Прямая линия на плоскости.** Прямая на плоскости. Уравнения прямой при различных геометрических способах ее задания. Общее уравнение прямой. Взаимное расположение двух прямых. Прямая в прямоугольной системе координат. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Геометрический смысл знака трехчлена  $Ax + By + C$  (аналитическое задание полуплоскости).

**Тема 4. Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов.** Аффинная система координат в пространстве. Координаты точек в пространстве. Простейшие задачи аналитической геометрии в пространстве. Прямоугольная декартова система координат. Ориентация пространства. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов пространства в координатах. Векторное и смешанное (тройное) произведение векторов, их свойства.

**Тема 5. Плоскости и прямые в пространстве.** Различные способы задания плоскости в пространстве. Уравнения плоскости при различных способах ее задания. Общее уравнение плоскости. Особенности расположения плоскости относительно системы координат. Взаимное расположение двух и трех плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Геометрический смысл знака многочлена  $Ax + By + Cz + D$  (задание полупространства). Различные способы задания прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между двумя прямыми в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Кратчайшее расстояние между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

**Тема 6. Линии второго порядка на евклидовой плоскости.** Эллипс и его свойства. Гипербола и ее свойства. Парабола и ее свойства. Директрисы эллипса и гиперболы. Общее уравнение линии второго порядка. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Классификация линий второго порядка на евклидовой плоскости.

**Тема 7. Поверхности второго порядка в евклидовом пространстве.** Поверхности вращения. Поверхность вращения второго порядка. Поверхности второго порядка и их канонические уравнения. Изучение вида поверхности второго порядка методом сечений. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

**Тема 8. Преобразования плоскости и их приложение к решению задач.** Группа преобразований множества. Движение плоскости. Примеры. Геометрическое задание движения. Основные свойства движений. Два вида движений. Аналитическое задание движений. Частные случаи движений. Классификация движений плоскости. Группа движений плоскости и ее основные подгруппы. Приложение движений плоскости к решению задач. Преобразование подобия. Гомотетия и ее свойства. Свойства подобия. Аналитическое выражение подобного преобразования. Классификация преобразования подобия. Группа подобий и ее подгруппы. Подобие фигур. Приложение подобий плоскости к решению задач. Аффинные преобразования плоскости. Группа аффинных преобразований и ее подгруппы. Аффинная эквивалентность фигур.

**Тема 9. Геометрические построения на плоскости.** Задачи на построение с помощью циркуля и линейки. Основные построения. Схема решения задачи на построение. Методы решения задач на построение. Решение задач на построение методом пересечения фигур. Решение задач на построение методом геометрических преобразований. Алгебраический метод. Примеры задач на построение, неразрешимых циркулем и линейкой.

**Тема 10. Методы изображения плоских и пространственных фигур.** Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования отрезков и прямых. Аффинное отображение плоскости на плоскость. Перспективно-аффинное отображение плоскости на плоскость и его свойства. Изображение плоских фигур в параллельной проекции. Теорема Польке-Шварца. Изображение окружности. Изображение многогранников в параллельной проекции. Изображение цилиндра, конуса, шара. Аксонометрия. Изображение точек, прямых, плоскостей. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи. Построение сечений простейших многогранников.

**Тема 11. Исторический обзор развития оснований геометрии.** Развитие геометрии до Евклида. «Начала» Евклида. Попытки доказательства пятого постулата Евклида (комментарии

Прокла, доказательство Нассир-Эддина, Д.Валлиса, Ф.Бояи, аксиома Плейфера). Исследования Саккери, Ламберта, Лежандра. Принцип научного построения геометрии. Сущность аксиоматического метода.

**Тема 12. Система аксиом Гильберта.** Общая характеристика аксиоматики Гильберта. I–V группы аксиом и их геометрии (аксиомы принадлежности, порядка, конгруэнтности, непрерывности, аксиома параллельности).

**Тема 13. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства.** Точечно-векторная аксиоматика (аксиомы сложения векторов, умножения вектора на число, размерности, скалярного произведения, откладывания вектора от точки). Непротиворечивость системы аксиом Вейля (арифметическая модель). Полнота аксиоматики Вейля. Определения прямой, плоскости, отрезка, луча, полуплоскости и угла в аксиоматике Вейля.

**Тема 14. Система аксиом школьного курса геометрии.** Аксиоматика Погорелова (аксиомы принадлежности, порядка, меры для отрезков и углов, существование треугольника, равного данному, существование отрезка данной длины, параллельности).

**Тема 15. Гиперболическая геометрия Лобачевского.** Н. И. Лобачевский и его геометрия. Аксиома Лобачевского. Параллельные прямые по Лобачевскому. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Гиперболическое пространство. Модель Кэли–Клейна плоскости Лобачевского.

**Тема 16. Элементы сферической геометрии.** Основные понятия сферической геометрии в евклидовом пространстве. Сферические треугольники и многоугольники. Понятие движение сферы. Малые окружности. Геометрические места точек на сфере.

**Тема 17. Эллиптическая геометрия на плоскости.** Геометрия Римана. Основные понятия неевклидовой геометрии Римана.

**Тема 18. Полуевклидовы геометрии.** Понятие полуевклидова векторного пространства. Геометрия Галилея (флаговая геометрия). Окружность, треугольники, четырехугольники на плоскости Галилея. Расстояние между точками на плоскости Галилея. Угол между прямыми на плоскости Галилея. Принцип двойственности. Циклы.

**Тема 19. Проективное пространство.** Понятие проективного пространства. Понятие прямой на проективной плоскости. Интерпретация одномерного проективного пространства. Интерпретация проективной плоскости. Основные свойства точек и прямых на проективной плоскости. Принцип двойственности. Понятие трехвершинника и трехсторонника. Теорема Дезарга. Ее применение к решению задач школьной геометрии.

**Тема 20. Проективные координаты.** Проективные координаты точки на проективной прямой. Понятие проективного репера на плоскости. Координаты точки относительно репера на проективной плоскости. Признак коллинеарности трех точек в координатах. Уравнение прямой на проективной плоскости. Формулы преобразования координат на проективной прямой и плоскости. Сложное отношение четырех точек прямой и основные свойства. Сложное отношение четверки прямых, принадлежащих одному пучку, и основные свойства. Гармоническая четверка точек на прямой. Гармоническая четверка прямых пучка.

**Тема 21. Проективные отображения.** Понятие перспективного отображения одной прямой на другую. Основные свойства перспективного отображения. Понятие проективного отображения. Основные свойства проективного отображения. Геометрическое задание проективного отображения одной прямой на другую. Признаки проективного отображения. Неподвижные точки проективного преобразования прямой. Проективное отображение пучков прямых. Проективные преобразования плоскости. Геометрическое задание проективного преобразования плоскости. Основные свойства проективных преобразований плоскости.



## 6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### 6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания (Литература)	Форма контроля
	<b>1 семестр</b>		<b>57,75</b>		
1	Элементы векторной алгебры на плоскости и в пространстве	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе №1 по теме «Векторы»	24	Лекционный материал, изучение теоретического материала по учебникам из списка литературы (Атанасян две части, Базылев)	Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Диктант по определениям. Коллоквиум. Контрольная работа
2	Метод координат на плоскости	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий.	17		Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Диктант по определениям.
3	Прямая линия на плоскости	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе № 2 по теме «Метод координат на плоскости. Прямая линия на плоскости»	16,75		Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Индивидуальное собеседование. Контрольная работа
		Подготовка к зачету с оценкой			Зачет с оценкой
	<b>2 семестр</b>		<b>59,65 + 36</b>		
4	Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведение векторов	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий.	10	Лекционный материал, изучение теоретического материала по учебникам из списка литературы (Атанасян две части, Базылев)	Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Диктант по определениям.
5	Плоскости и прямые в пространстве	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе №3 по теме «Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведение. Плоскости и прямые в пространстве»	10		Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Индивидуальные задания на дом. Контрольная работа
6	Линии второго порядка на евклидовой плоскости	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Самостоятельное изучение теоретического материала.	20		Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Индивидуальные задания на дом.
7	Поверхности второго порядка в евклидовом пространстве	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Самостоятельное изучение теоретического материала. Подготовка к контрольной работе № 4 по теме «Кривые и	19,65		Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Индивидуальное собеседование. Коллоквиум. Контрольная работа

		поверхности второго порядка»			
		Подготовка к экзамену	36		Экзамен
	<b>3 семестр</b>		<b>49,65 + 36</b>		
8	Преобразования плоскости и их приложения к решению задач	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе № 5 по теме «Движение плоскости. Преобразование подобия»	38	Лекционный материал, изучение теоретического материала по учебникам из списка литературы (Атанасян две части, Базылев)	Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Диктант по определениям. Контрольная работа.
9	Геометрические построения на плоскости	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе № 6 по теме «Геометрические построения на плоскости»	11,65		Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Индивидуальное собеседование. Коллоквиум. Контрольная работа.
		Подготовка к экзамену	36		Экзамен
	<b>4 семестр</b>		<b>89,65 + 36</b>		
10	Методы изображения плоских и пространственных фигур	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе № 7 по теме «Методы изображения плоских и пространственных фигур»	32	Лекционный материал, изучение теоретического материала по учебникам из списка литературы (Атанасян две части, Базылев, Трайнин)	Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Контрольная работа
11	Исторический обзор развития оснований геометрии	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Самостоятельное изучение теоретического материала и подготовка докладов.	16	При подготовке доклада необходимо подобрать сначала исторические сведения, а затем представить доказательство. Образцы решения задач можно смотреть в учебниках (из списка литературы для практических занятий) в комментариях к ответам.	Устный опрос. Защита проекта. Индивидуальное собеседование.
12	Система аксиом Гильберта	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Самостоятельное изучение теоретического материала и подготовка докладов.	14		Устный опрос. Защита проекта. Индивидуальное собеседование.
13	Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Самостоятельное изучение теоретического материала и подготовка докладов.	14		Устный опрос. Защита проекта. Индивидуальное собеседование.
14	Система аксиом школьного курса геометрии	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Самостоятельное изучение теоретического материала и подготовка докладов.	13,65		Устный опрос. Защита проекта. Индивидуальное собеседование.
		Подготовка к экзамену	36	Лекционный материал	Экзамен
	<b>5 семестр</b>		<b>27,75</b>		
15	Гиперболическая геометрия Лобачевского	Решение задач по данной теме. Изучение литературы. Доклады на семинар.	10	При подготовке доклада необходимо подобрать сначала исторические сведения, а затем представить	Устный опрос. Защита проекта. Индивидуальное собеседование.
16	Элементы	Решение индивидуальных	6		Устный опрос.

	сферической геометрии	заданий. Изучение литературы. Доклады.		доказательство. Образцы решения задач можно посмотреть в учебниках (из списка литературы для практических занятий) в комментариях к ответам.	Защита проекта. Индивидуальное собеседование.
17	Эллиптическая геометрия на плоскости	Решение задач по данной теме. Изучение литературы. Доклады.	6		Устный опрос. Защита проекта. Индивидуальное собеседование.
18	Полуевклидовы геометрии	Решение задач по данной теме. Изучение литературы. Доклады.	5,75		Устный опрос. Защита проекта. Индивидуальное собеседование.
		Подготовка к зачету с оценкой			Зачет с оценкой
	<b>6 семестр</b>		<b>51,65 + 36</b>		
19	Проективное пространство	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий.	6	Лекционный материал, изучение теоретического материала по учебникам из списка литературы (Атанасян две части, Базылев)	Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Диктант по определениям
20	Проективные координаты	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий.	6		Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Коллоквиум. Диктант по определениям.
21	Проективные отображения	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе № 8 по теме «Проективная геометрия»	3,65		Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий. Индивидуальное собеседование. Контрольная работа
		Подготовка курсовой работы	36		Защита курсовой работы
		Подготовка к экзамену	36		Экзамен
	<b>Итого:</b>		<b>336,1+144</b>		

## 6.2. Тематика и задания для практических занятий

Тема практического занятия	Содержание практического занятия
<b>1 семестр</b>	
<b>Литература</b> , необходимая для занятий: <i>Атанасян Л. С., Атанасян В. А.</i> Сборник задач по геометрии. Ч.1 (обозначения, Ат:) <i>Клетеник Д. В.</i> Сборник задач по аналитической геометрии. (обозначения, К:)	
Равенство и коллинеарность векторов. Сложение и вычитание векторов.	Задачи. Ат: № 2, №5, № 11, № 13, № 7, № 8, К: № 762, № 764.
Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов.	Ат: 10, 17, 19, 20 (б, г), 23, 24, 26, К: 770. Ат: № 27, № 29, 30, 31.
Координаты вектора в данном базисе. Скалярное произведение векторов.	Задачи Ат: № 56, № 61(а), К: № 775, Ат: № 65, № 67, К: № 776, Ат: № 68, № 59, № 63, 70, 71.
Вычисление модуля вектора и угла между векторами	Задачи. Ат: № 104, 105, 110, 111, № 115, № 116, № 117 (б), № 118, № 119, № 121, № 124, № 120, 127. Диктант по определениям.
Приложение векторной алгебры к решению задач	Задачи. Ат: № 162, № 163, 167, 165, 170, 172, 173. К: № 813, К: № 823, № 827, № 832, № 834. Ат: 143, 145, 148, 151, 149, 154, 161

Метод координат на плоскости. Полярные координаты точки на плоскости	Координаты точек плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Задачи. К: № 86, № 87, № 88, № 90, № 91, № 83, № 95, № 96, № 97, Ат: № 222. Ат: 185, 189, 190, 199, 201, 204, 209, 210, 211, 214, 216, 221, 222, 226. Полярные координаты задачи № Ат: 238, 239, 240, 243, 244, 247, 248, 249, 250.
Преобразование координат точек на плоскости	Задачи. Ат: № 279 (а, в, д), 280 (а), 281, 282, 283 (а, в), 285, 287, 289 (а), 292.
Прямая на плоскости. Прямая в аффинной системе координат.	Условие принадлежности точки прямой. Задачи. Ат: № 369, № 373 № 377, № 379(а), 388, № 380, 381, 384, 387, 375, 389, К: № 224,
Прямая в прямоугольной декартовой системе координат	Задачи. Ат: № 392, 395, 396, 397, 402, 403, 405, 407, 408, 410.
Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. Угловой коэффициент прямой.	Задачи. К: № 215, Ат: № 387, К: № 222, № 234, № 253, № 254, № 255, Ат: № 509, 486, 495, 496, 501, 510, 513, 515 К: № 244.
Смешанные задачи на прямую. Приложение теории прямой к решению задач элементарной геометрии	Задачи. Ат: № 518, 522, 526, 529, 531, 539, 540, 541, 546, 549, 552.
<b>2 семестр</b>	
Метод координат в пространстве	Задачи. Ат: № 984, 985, 986, 988, 990, 993, 994, 996, 997, 1000.
Векторное произведение векторов.	Задачи. К: № 839, № 840, № 850, № 852, № 854, № 857, № 858, № 842, Ат: № 1014.
Смешанное произведение векторов.	Задачи. К: № 866, № 873, № 874(1), Ат: № 1022 (а), К: № 876, № 877, Ат: № 1031 (а), № 1034, № 1035.
Уравнение плоскости в пространстве	Задачи. К: № 913, № 914, № 915, № 917, Ат: № 1068, № 1073, № 1114, № 1130, № 1069, № 1066, К: № 931, Ат: № 1114, Ат: № 1056, 1058-1060, 1066, 1068, 1073, 1075, 1079.
Прямая в пространстве.	Задачи. К: № 1007, № 1008 (1, 2), № 1019 (1, 2), № 1018, № 1020, Ат: № 1140, К: № 1040, № 1043, Ат: № 1016, 1132, 1133, 1135, 1141, 1142, 1143.
Кривые второго порядка. Эллипс	Задачи. Ат: № 755-767.
Кривые второго порядка. Гипербола	Задачи. Ат: № 791, 792, 794-801.
Кривые второго порядка. Парабола	Задачи. Ат: № 822-832.
Общее уравнение кривой второго порядка и приведение его к каноническому виду	Задачи. Ат: № 874-903, 905-909.
Поверхности второго порядка	Задачи. Ат: № 1216, 1213, 1217, 1247, задачи на определения типа поверхности (1-7). Ат: 1238, 1231, 1236.
<b>3 семестр</b>	
<b>Литература</b> , необходимая для занятий: <i>Жаров В. А.</i> Основные принципы построения задачника по геометрии. <i>Саранцев Г. И.</i> Сборник задач на геометрические преобразования <i>Атанасян Л. С.</i> Сборник задач по геометрии. Ч.2.	
Движение плоскости: параллельный перенос	Задачи: № 70-73, 79, 80, 82.

Движение плоскости: центральная симметрия	Задачи: № 44-67. Самостоятельно изучить свойства центральной симметрии по данной на лекции схеме.
Движение плоскости: осевая симметрия	Задачи: № 1, 4, 13, 15, 28, 31, 32, 35, 37, 38.
Движение плоскости: поворот	Задачи: № 89-94, 98, 99, 100.
Преобразования подобия. Гомотетия.	Задачи: № 103, 107, 110, 111, 120, 123, 124, 126, 128, 130, 131, 132-135.
Простейшие построения	Задачи: № 445, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 462, 457, 458, 465.
Применение свойств некоторых множеств точек к решению задач на построение	Задачи: № 466, 467, 468, 473, 475, 477, 479, 480, 484, 485, 487, 488, 491, 490, 481.
Задачи на построение треугольников по различным элементам	Задачи: № 492, 493, 494, 497, 498, 495, 499, 509, 511, 505
Геометрические построения с применением свойств параллельного переноса, поворота и симметрии	Задачи: № 520, 516, 526, 530, 534, 542, 531.
Геометрические построения, выполняемые с применением свойств преобразования подобия	Задачи: № 553, 555, 558, 560, 574, 581, 578.
Изображение плоских фигур в параллельной проекции	Задачи: № 741, 743, 744, 745, 747, 748, 749, 751, 752.
Алгебраический метод решения задач на построения	Задачи: № 601(а), 603, 605, 612, 614, 615, 616, 623, 620, 623.
Разрешимость задач на построение циркулем и линейкой	Задачи: № 624, 626, 627, 628, 629, 631, 630.
<b>4 семестр</b>	
<b>Литература</b> , необходимая для занятия: <i>Атанасян Л.С., Васильева М.В., и др. Сборник задач по геометрии. Ч. 2. (обозначения Аг:),</i> <i>Базылев В.Т., Дуничев К. И., и др. Сборник задач по геометрии. (обозначения Б:)</i>	
Аксонометрия	1. Позиционные задачи № 755, 754, 757, 762 2. Метрические задачи № 764, 766, 769, 771, 772, 775.
Ортогональные аксонометрические проекции	Задачи: № 776, 779 (а), 780, 783, 786, 789.
Полные и неполные изображения. Построение сечений многогранников.	Задачи: № 792-804
Метрическая определенность изображений. Изображение плоских фигур. Изображение пространственных фигур	Задачи: № 805, 806, 808. Задачи: № 810, 812, 814, 815, 118, 820, 821.
Общие вопросы аксиоматики	Задачи. Б: № 1462, 1463, 1471, 1472, 1473.
Интерпретация аксиом евклидовой геометрии и геометрии Лобачевского по Гильберту	Задачи. Ат: № 897 (а, б, г, д, и), 898 (а), 899, 901. Задачи. Б: № 1476, 1477,
Задачи на доказательство в плоскости Лобачевского	Задачи. Ат: № 902, 903 (а), 905, 907, 908 (а), 909, 910, 912, 914. Задачи. Б: № 1554, 1556, 1559, 1561, 1564, 1568, 1570
Задачи на построение на различных моделях плоскости Лобачевского	Задачи. Ат: № 889, 893, Интерпретация Клейна: № 919, 920, 924, 925, 926. Общая интерпретация Пуанкаре: № 927, 928, 920, 931, 932.
Интерпретация различных систем аксиом по Вейлю. Непротиворечивость и независимость	Задачи. Ат: № 843, 844, 845, 846, 856

Обоснование евклидовой геометрии по Вейлю	1. Скалярное произведение векторов, модуль вектора Задачи. Ат: № 862, 863, 866, 870. 2. Свойства треугольников Задачи. Ат: № 871, 872, 873, 877. 3. Некоторые теоремы стереометрии Задачи. Ат: № 879, 882, 886. Задачи. Б: № 1480, 1481.
Система аксиом школьного курса геометрии	Задачи. Б: № 1492 (1-4), 1493, 1497, 1499, 1505,
<b>5 семестр</b>	
<b>Литература</b> , необходимая для занятий: Атанасян Л. С. Сборник задач по геометрии. Ч. 2. (обозначения Ат:), Базылев В. Т. Сборник задач по геометрии. (обозначения Б:), Хачатурян А. В. Геометрия Галилея (обозначения Х:). Яглом И. М. Принцип относительности Галилея и неевклидова геометрия (обозначения Я:)	
Гиперболическая геометрия Лобачевского	Задачи. Б: № 1554, 1556, 1558, 1560, 1561, 1563, 1565-1573. Задачи. Ат: № 902-918, 920, 922-926
Элементы сферической геометрии	Задачи. Б: № 1511, 1512, 1515, 1518, 1519, 1521, 1522-1526, 1528, 1530, 1531, 1532 (1-3, 6), 1533, 1534, 1536, 1537 (1-4).
Эллиптическая геометрия на плоскости	Задачи. Б: № 1538-1553.
Полуевклидовы геометрии	Задачи. Х: № 1-9, 20-25, 30-33. Задачи. Я: № 1, 3, 4, 6, 8, 13, 20, 25.
<b>6 семестр</b>	
<b>Литература</b> , необходимая для занятий: Атанасян Л. С., Васильева М. В., и др. Сборник задач по геометрии. Ч. 2. (обозначения Ат:), Базылев В. Т., Дуничев К. И., и др. Сборник задач по геометрии. (обозначения Б:), Бахвалов С. В., Моденов П. С., Пархоменко А. С. Сборник задач по аналитической геометрии (обозначения БМП:)	
<b>Проективное пространство</b> 1. Понятие проективного пространства. 2. Принцип двойственности. 3. Теорема Дезарга. Ее применение к решению задач школьной геометрии. 4. Понятие трехвершинника и трехсторонника.	1. Задачи. Б: 1095, 1096, 1097, 1098, 1099, 1101, 1104, 2. Б: 1130-1140 3. Задачи. Ат: № 1-2, 5, 7, 4. Задачи. Ат: № 8, 9, 10, 11, 12, 18,
<b>Проективные координаты</b> 1. Построение точки по ее координатам в заданном репере на проективной прямой. 2. Построение точки по ее координатам в заданном репере на проективной плоскости. 3. Признак коллинеарности трех точек в координатах. Уравнение прямой на проективной плоскости. 4. Формулы преобразования координат на проективной прямой и плоскости. 5. Сложное отношение четырех точек прямой. Сложное отношение четверки прямых, принадлежащих одному пучку и основные свойства. 6. Гармоническая четверка точек на прямой. Гармоническая четверка прямых пучка.	1. Задачи. Б: 1105, 1106, 1107, 1109, Ат: № 22, 23, 98, 100, 101, 104, 106, 2. Задачи. Б: 1110, 1111, 1112 3. Задачи. Ат: № 32, 33, 34, 41, 42, 108, 110, 111, БМП № 912, 914, 915, 920, 4. Задачи. Ат: № 112-117. 5. Задачи. Б: 1160-1165, 1167, 1169, 1171, 1173, 1175, 1178, Ат № 28, 30. 6. Задачи. Ат: № 35, 36, 37, 118, 120, 123, 124.

<p align="center"><b>Проективные отображения</b></p> <p>1. Перспективное отображение. Проективное отображение.</p> <p>2. Геометрическое задание проективного отображения одной прямой на другую.</p> <p>3. Проективные преобразования плоскости. Геометрическое задание проективного преобразования плоскости.</p>	<p>1. Задачи. Б: 1141-1143, 1145, 1149, 1152, 1156, 1157, 1159.</p> <p>2. Задачи. Ат: № 43-47, 49, 50, 54, 55, 57, 60, 62, 64.</p> <p>3. Задачи. Б: 1179, 1181, 1183, 1186, Ат: № 65-68, 70, 72, 73, 74.78, 93, 126, 131.</p>
--	---

### 6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия отсутствуют.

### 6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов)

Тематика курсовых работ определяется преподавателем, являющимся руководителем работы. Темы курсовых работ по геометрии могут касаться разделов, не входящих в курс, а могут расширять и углублять знания студента по вопросам, изучавшимся на лекциях и практических занятиях.

1. Аффинные преобразования на евклидовой плоскости.
2. Кватернионы и их применение в геометрии.
3. Огибающие семейств кривых и поверхностей.
4. Фундаментальная группа топологического пространства.
5. Геометрия трехмерной сферы.
6. Функции на плоских кривых.
7. Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского.
8. Псевдоевклидово пространство. Геометрия Лобачевского на сфере псевдоевклидова пространства.
9. Проективные преобразования на евклидовой плоскости.
10. Векторный метод решения планиметрических задач.
11. Векторный метод в стереометрии.
12. Координатный метод в математике.
13. Линии второго порядка и другие замечательные кривые в математике, природе, технике.
14. Элементы аналитической геометрии в курсе математики средней школы.
15. Геометрические преобразования плоскости и их приложение к решению задач.
16. Симметрия в геометрии и природе.
17. Оптические свойства линий второго порядка.
18. Механическое построение линий.
19. Линии второго порядка, как траектория движения планет.
20. Циклоидальные кривые.
21. Аксонометрия.
22. Задачи на построение одним циркулем.
23. Линейная перспектива.
24. Теорема Дезарга и ее применение к решению задач.
25. Теоремы Штейнера, Паскаля, Брианшона и их применение к решению геометрических задач.
26. Аффинная геометрия с проективной точки зрения.
27. Геометрия Лобачевского с проективной точки зрения.
28. Элементы тензорной алгебры и ее приложения в аналитической геометрии.
29. Дифференциальная геометрия линейчатых поверхностей.
30. Наложимые поверхности.
31. Развертывающиеся поверхности.
32. Конические сечения.
33. Развитие понятия о геометрическом пространстве.

34. Аксиоматический метод построения геометрии.
35. Сферическая геометрия. Трехгранные углы и сферические треугольники.
36. Эллиптическая геометрия.
37. Дифференциальная геометрия сферы.
38. Геометрия плоскости Лобачевского в модели А. Пуанкаре.
39. Геометрические построения на плоскости Лобачевского, выполняемые в модели Клейна.
40. Линии постоянной кривизны на плоскости Лобачевского.
41. Теория измерения длин отрезков.
42. Равновеликость и равносоставленность фигур.
43. Теория измерения площадей простых многоугольников в евклидовой геометрии.
44. Конечные геометрии.
45. Квадрики. Приведение квадрик к каноническому виду
46. Кривые Безье.
47. Поверхности Безье.
48. Проективная геометрия в 3D технологиях.

#### **Элементарная геометрия**

49. Геометрия треугольника.
50. Комбинаторные задачи по геометрии.
51. Геометрические задачи на максимум и минимум.
52. Геометрические задачи с практическим содержанием.
53. Геометрия на клетчатой бумаге.
54. Инверсия и ее свойства.
55. Кривые, как геометрические места точек.
56. Кривые, как траектории движения точек.
57. Фракталы и фрактальная размерность.
58. Задачи на раскрашивание карт.
59. Задачи на построение.
60. Построения на изображениях пространственных фигур.
61. Сечения многогранников.
62. Объемы многогранников.
63. Правильные многогранники.
64. Полуправильные многогранники.
65. Теорема Эйлера и ее приложения.
66. Тела и поверхности вращения.

При оформлении текстовых документов следует руководствоваться документом: «Правила оформления текстовых документов: руководящий документ по оформлению рефератов, отчетов о лабораторных работах, практиках, пояснительных записок к курсовым проектам и выпускным квалификационным работам / А. В. Басова, С. В. Боженко, Т. Н. Вахнина, И. Б. Горланова, И. А. Делекторская, А. А. Титунин, О. В. Тройченко, С. А. Угрюмов, С. Г. Шарабарина; под общ. ред. О. В. Тройченко. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кострома: Изд-во Костром. гос. ун-та, 2017. – 47 с.»

## **7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### *а) основная:*

Атанасян, Левон Сергеевич. Геометрия : в 2 ч. : [учеб. пособие для студ. пед. ин-тов] : допущено МО РФ. Ч. 1 / Атанасян, Левон Сергеевич, В. Т. Базылев. - М. : Литер, 2008. - 336 с. : ил. - Библиогр.: с. 328. - Предм. указ.: с. 329-332. - 320.00.

Атанасян, Левон Сергеевич. Геометрия : в 2 ч. : [учеб. пособие для студ. пед. ин-тов] : допущено МО РФ. Ч. 2. - М. : Литер, 2008. - 352 с. : ил. - Библиогр.: с. 348. - Предм. указ.: с. 345-347. - 320.00.

### *б) дополнительная:*



Базылев, Вячеслав Тимофеевич. Геометрия : учеб. пособие для студ. 1 курса физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Базылев, Вячеслав Тимофеевич, К. И. Дуничев, В. П. Иваницкая. - Подольск : Просвещение, 2004. - 351 с. : ил. - Предм. указ.: с. 343-347. - 240.00.

Клетеник, Давид Викторович. Сборник задач по аналитической геометрии : Для вузов / Под ред. Н.В.Ефимова. - 10-е изд., стер. - Москва : Наука, 1969. - 254 с.: ил. - ЕН. - 0.52.

Богомолов, С.А. Введение в неевклидову геометрию Римана / С.А. Богомолов. - Ленинград ; Москва : Государственное технико-теоретическое изд-во, 1934. - 224 с. - ISBN 978-5-4458-2876-1; То же [Электронный ресурс]. –

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=144703>

Погорелов, Алексей Васильевич. Основания геометрии : [учеб. пособие] : допущено М-вом образования СССР. - Изд. 3-е. - Подольск : Просвещение, 2005. - 152 с. : ил. - Библиогр.: с. 150-151. - 120.00. Библиогр.: с. 150-151

Атанасян, С. Л. Сборник задач по геометрии : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. Ч. 1 / С. Л. Атанасян ; Правительство Москвы, Комитет образования, Моск. гор. пед. ун-т. - М. : Жизнь и мысль , 2000. - 144 с. - ISBN 5-8455-0010-9 : 65.00.

Трайнин, Я. Л. Основания геометрии : пособие для пед. ин-тов] / под ред. Ю. И. Соркина. - М. : Учпедгиз, 1961. - 326 с. : ил. - Библиогр.: с. 322-324. - 0.76. Библиогр.: с. 322-324

Яглом, И.М. Принцип относительности Галилея и неевклидова геометрия / И.М. Яглом. - М. : Наука, 1969. - 305 с. - ISBN 978-5-9989-0605-3 ; То же [Электронный ресурс]. – URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=45440>

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

*Информационно-образовательные ресурсы:*

1. Библиотека ГОСТов. Все ГОСТы, [Электронный ресурс], URL: <http://vsegost.com/>

*Электронные библиотечные системы:*

1. ЭБС Университетская библиотека онлайн – <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС «Лань» – <https://e.lanbook.com>
3. ЭБС «ZNANIUM.COM» – <http://znanium.com>

## **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для занятий по дисциплине «Геометрия» необходима учебная аудитория, доска, мел (маркеры для белой доски), аудитория, оснащенная мультимедийным оборудованием и компьютерный класс с техническими средствами обучения (персональные компьютеры, мультимедиа и проектор) для проведения семинаров и практических занятий. Необходимое программное обеспечение – офисный пакет.