

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Направленности: Математика, физика

Квалификация выпускника: бакалавр

**Кострома
2023**

Рабочая программа дисциплины «Научные основы школьного курса математики» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 № 125 (зарегистрировано Министерством юстиции Российской Федерации 15.03.2018 регистрационный № 50358), с изменениями, внесенными приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 08.02.2021 № 83 (зарегистрировано Министерством юстиции Российской Федерации 12.03.2021 регистрационный № 62739); в соответствии с учебным планом направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (направленности Математика, физика), годы начала подготовки 2023, 2024.

Разработал: Матыцина Т. Н., заведующий кафедрой высшей математики, к. ф.-м. н., доцент

Рецензент: Бобков Н. Н., директор муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения города Костромы «Лицей № 34», к. ист. н., доцент

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой высшей математики:

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

Протокол заседания кафедры № 8 от 05.05.2023 г.

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 5 от 19.03.2024 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины: формирование у студентов понимания основных отношений в кольце целых чисел: отношения делимости и отношение сравнения, готовности использовать эти знания для их арифметических приложений.

Задачи дисциплины:

- познакомить студентов с отношениями делимости и сравнения в кольце целых чисел, их свойствами и их арифметическими приложениями;
- научить решать задачи на делимость различными способами;
- научить находить НОД и НОК чисел различными способами;
- научить действиям с систематическими числами;
- научить решать сравнения первой степени, неопределенные уравнения, сравнения высших степеней;
- изучить арифметические приложения теории сравнений.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

освоить компетенции:

ПК-3. Способен осваивать и использовать базовые математические знания и умения в профессиональной деятельности

ПК-5. Способен приобретать новые математические знания, самостоятельно выдвигать и формулировать гипотезы, доказывать их, используя современные образовательные и информационные технологии

Код и содержание индикаторов компетенции:

ИПК-3.1. Демонстрирует знание содержания, сущности, закономерностей, принципов и особенностей изучаемых явлений и процессов, базовые теории в области математики; закономерности, определяющие место математики в общей картине мира; программ и учебников по математике; основ общетеоретических дисциплин в объеме, необходимых для решения педагогических, научно-методических и организационно-управленческих задач

ИПК-3.2. Анализирует базовые предметные научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов

ИПК-5.1. Строит логические рассуждения в математических и иных контекстах

ИПК-5.2. Решает задачи элементарной математики, в том числе новые, которые возникают в ходе работы с обучающимися

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

– понятие делимости целых чисел и его свойства, понятие простого числа, основную теорему арифметики, систематическую запись целых чисел в произвольных системах счисления в рамках развития способности использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета,

- понятие сравнения целых чисел и его свойства,
- теоремы Эйлера и Ферма,
- арифметические приложения теории сравнений,
- цепные дроби и представление действительных чисел цепными дробями

уметь:

– находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное целых чисел, факторизовать целые числа, выполнять действия над систематическими числами в рамках развития у студентов способности использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета,

- решать сравнения первой степени, системы сравнений, двучленные сравнения,
- применять теоремы Эйлера и Ферма,

– представлять действительные числа цепными дробями

владеть:

– техникой решения задач теории чисел (согласно содержания дисциплины) для достижения практического навыка у студентов для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами теории чисел и достижения высоких личностных, метапредметных и предметных результатов обучения

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана. Изучается в 7 семестре обучения.

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках:

Дисциплины и практики, предшествующие освоению данной дисциплины (для компетенции ПК-3): алгебра, курс элементарной математики, методики обучения математике, геометрия.

Дисциплины и практики, предшествующие освоению данной дисциплины (для компетенции ПК-5): курс алгебра, геометрия, методики обучения математике.

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик:

Дисциплины и практики, которые базируются на изучении данной дисциплины (для компетенции ПК-3): Система оценки качества математического образования Вопросы обучения математике в профильных классах, Учебная практика (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы), Производственная практика (научно-исследовательская работа), Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

Дисциплины и практики, которые базируются на изучении данной дисциплины (для компетенции ПК-5): История математики, Учебная практика (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы), Производственная практика (технологическая, проектно-технологическая), Производственная практика (научно-исследовательская работа), Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

4. Объем дисциплины

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	4
Общая трудоемкость в часах	144
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	20
Лекции	12
Практические занятия	8
Лабораторные занятия	0
Практическая подготовка	0
Самостоятельная работа в часах	85,65 + 36 (контроль)
Форма промежуточной аттестации	Экзамен (7 семестр – 0,35 часа) Консультация к экзамену (2 часа)

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	12
Практические занятия	8
Лабораторные занятия	–
Консультации	2
Зачет/зачеты	–
Экзамен/экзамены	0,35
Курсовые работы	–
Курсовые проекты	–
Практическая подготовка	–
Всего	22,35

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е./час	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Делимость и простые числа	0,83/30	4	2	0	24
2	Теория сравнений	1,06/38	6	4	0	28
3	Цепные дроби	1,05/37,65	2	2	0	33,65
	Подготовка к экзамену	1/36	–	–	–	36
	ИКР (консультация к экзамену, экзамен)	0,06/2,35	–	–	–	–
	Итого	4/144	12	8	0	85,65 + 36

5.2. Содержание

Тема 1. Делимость и простые числа. Делимость целых чисел. Деление с остатком. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа и их свойства. Простые числа и их свойства. Основная теорема арифметики. Распределение простых чисел. Неравенство Чебышева для $\pi(x)$. Систематические числа.

Тема 2. Теория сравнений. Кольцо и поле классов вычетов. Теорема Эйлера и Ферма. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной. Сравнения первой степени. Сравнения по простому модулю и степени простого числа. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и по простому модулю. Показатели чисел и классов по данному модулю. Теорема о существовании первообразного корня. Индексы, двучленные сравнения по простому модулю. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра. Арифметические приложения теории сравнений.

Тема 3. Цепные дроби. Существование и единственность значения цепной дроби. Представление действительных чисел цепными дробями. Теорема Лежандра о квадратичной иррациональности. Теорема Дирихле и ее применение. Алгебраические и трансцендентные числа. Теорема Лиувилля и ее применение к построению трансцендентных чисел, к доказательству иррациональности.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

Литература для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы обучающихся:

[1] Грибанов В. У. Сборник упражнений по теории чисел / В. У. Грибанов, П. И. Титов. – М.: Просвещение, 1964. – 144 с.; То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454845> (26.02.2018).

[2] Кудреватов Г. А. Сборник задач по теории чисел / Г. А. Кудреватов. – М.: Просвещение, 1970. – 128 с. – ЕН. – 0.17.

[3] Ляпин Е. С. Сборник задач по элементарной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов : допущено М-вом просвещения СССР / Е. С. Ляпин, И. В. Баранова, З. Г. Борчугова. – изд. 2-е, перераб., доп. – М.: Просвещение, 1973. – 351 с.: ил. – 0.84.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания	Форма контроля
1	Делимость и простые числа	НОК целых чисел и его свойства. Распределение простых чисел. Обзор непозиционных систем счисления. Действия над систематическими числами	24	Изучение лекционного материала; решение задач из книг [1], [2], [3]	Устный опрос
2	Теория сравнений	Сравнения по простому модулю и степени простого числа. Частные признаки делимости по различным модулям. Проверка результатов арифметических действий	28	Изучение лекционного материала, решение задач из книг [1], [2]	Индивидуальное собеседование, тестирование
3	Цепные дроби	Применение конечных цепных дробей. Бесконечные периодические цепные дроби	33,65	Изучение лекционного материала, решение задач из книги [2]	Индивидуальное собеседование
		Подготовка к экзамену	36	Изучение лекционного материала; решение задач из книг [1], [2], [3]	Экзамен
	Итого		85,65 + 36		

6.2. Тематика и задания для практических занятий

«Задачи на делимость. Метод математической индукции в решении задач на делимость»

1. Книга [3], номера 97, 99, 107, 108, 116, 135, 137, 139, 143, 180, 34 а) в), 37.
2. Книга [3], номера 35 а) в) д) е), 36 а) в) д), 38.
3. Книга [2], номера 11, 12 1), 19.

«Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, взаимно простые числа. Простые числа. Факторизация чисел»

1. Книга [3], номера 226, 230 а) б) в), 237, 227, 290.
2. Книга [1], номера 29, 35, 32, 31.
3. Проверить, являются ли следующие числа простыми: 569, 701, 997, 283.
4. Выделить все простые числа в промежутке от 150 до 200 и от 180 до 220.
5. Факторизовать числа: 1672, 1232, 2364, 5599, 556, 788, 1764.
6. Книга [3], номера 269, 267, 235, 270.

«Числовые функции. Систематические числа»

1. Книга [2], номера 460, 461, 425.
2. Книга [1], номера 66, 69, 84, 95.
3. Найти количество чисел, не превосходящих 111 и делящихся на 5 или на 7.

4. Найти количество чисел, не превосходящих 2311 и не делящихся ни на одно из чисел 5, 7, 13, 17.
5. Книга [3], номера 353, 357, 358, 360, 361 а) в) д) ж) з) к), 362 а) в), 364.
«Сравнения, свойства сравнений, классы вычетов, системы вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма»
1. Книга [2], номера 84, 85, 86, 81, 139 1) 4), 141, 143, 147.
 2. Книга [1], номера 97 1) 2) 3), 98 1) 2) 3), 99 1) 3) 4), 100 1) 2) 4), 101, 109, 110, 113, 120, 154.
3. Найти остаток от деления 93^{41} на 111.
«Сравнения первой степени. Системы сравнений, неопределенные уравнения, сравнения высших степеней»
1. Книга [1], номера 174 1) 3), 175 1) 4), 176 1) 3), 179 1) 7) 4), 181 1) 2).
 2. Книга [1], номера 194 1) 10), 195, 184 1), 186 1), 184 9) 4), 199 1) 5).
- «Первообразные корни и индексы. Решение двучленных сравнений. Квадратичные вычеты и невычеты»
1. Книга [1], номера 229 2), 231 1), 232 1), 235 1) 4), 239 1) 3), 240 1), 241 1), 242 1).
 2. Книга [1], номера 214 1), 215 1) 4), 216 1), 217 1), 223.
- «Арифметические приложения теории сравнений»
1. Книга [1], номера 244 1) 3) 5) 7) 9), 245, 246 а) 1) 2) 5), 246 б) 1) 2), 248 1) 2) 5) б).
 2. Найти остаток от деления $2^{100} + 3^{100}$ на 5.
 3. Найти последнюю цифру числа 13^{124} .
 4. Решить сравнения: а) $3x \equiv 14 \pmod{21}$; б) $3x \equiv 14 \pmod{22}$; в) $6x \equiv 15 \pmod{21}$.
 5. Решить в целых числах уравнения:
а) $45x - 37y = 25$; б) $12x + 21y = 14$.
 6. Решить уравнения: а) $\varphi(3^x \cdot 5^y) = 600$; б) $\varphi(7^x) = 294$.
 7. Решить двучленные сравнения: а) $x^{12} \equiv 37 \pmod{41}$; б) $37x^{15} \equiv 62 \pmod{73}$.
 8. Найти период и предпериод при обращении обыкновенной дроби в десятичную:
а) $\frac{1}{21 \cdot 17 \cdot 4}$; б) $\frac{1}{19 \cdot 23 \cdot 20}$.
 9. Вставить вместо * числа так, чтобы выполнялось условие: а) $3 * 44 * \div 36$; б) $122 * 33 * \div 55$.
«Конечные цепные дроби и их применения»
 1. Книга [2], номера 378 1) 2), 379 1) 2) 4), 380 2), 388 1) 2), 393 1), 395 1), 396 1).
«Бесконечные цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями»
 1. Книга [2], номера 396 3), 399 1), 404 1) 3), 405 1), 415 2), 416 2).

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия отсутствуют.

6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) отсутствуют.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№	Литература	Кол-во книг
Основная литература		
1	Бухштаб А. А. Теория чисел / А. А. Бухштаб. – М.: Просвещение, 1966. –	

	383 с.; То же [Электронный ресурс]. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454831 (28.02.2018).	
2	Грибанов В. У. Сборник упражнений по теории чисел / В. У. Грибанов, П. И. Титов. – М.: Просвещение, 1964. – 144 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454845 (26.02.2018).	
3	Кудреватов Г. А. Сборник задач по теории чисел / Г. А. Кудреватов. – М.: Просвещение, 1970. – 128 с. – ЕН. – 0.17.	1
4	Ляпин Е. С. Сборник задач по элементарной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов : допущено М-вом просвещения СССР / Е. С. Ляпин, И. В. Баранова, З. Г. Борчугова. – изд. 2-е, перераб., доп. – М.: Просвещение, 1973. – 351 с. : ил. – 0.84.	29
5	Пантина И. В. Алгебра и теория чисел: учебное пособие / И. В. Пантина, М. А. Куприянова, С. В. Харитонов. – Москва : Университет «Синергия», 2016. – 161 с. – (Легкий учебник). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4257-0253-1 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455430	
6	Бабенко А.С., Матыцина Т.Н. Научные основы школьного курса математики. алгебра учебно-методическое пособие / Кострома, 2022. 86с.	20
Дополнительная литература		
1	Алферова, З.В. Алгебра и теория чисел : учебно-методический комплекс / З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 279 с. - ISBN 978-5-374-00535-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645	
2	Виноградов, Иван Матвеевич. Основы теории чисел : учеб. пособие / И. М. Виноградов. - Изд. 11-е, стер. - СПб. : Лань, 2006. - 176 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Лучшие классические учебники. Математика). - ISBN 5-8114-0535-9 : 60.60.	1
3	Данилова, Т.В. Теория чисел: Задачи с примерами решений : учебное пособие / Т.В. Данилова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. - Архангельск : САФУ, 2015. - 104 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-261-01004-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368	
4	Михалева М. М. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / М. М. Михалева, Б. М. Веретенников ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014.– Ч. 1. – 51 с. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7996-1193-4 978-5-7996-1166-8 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276012	
5	Хинчин, Александр Яковлевич. Избранные труды по теории чисел / Хинчин Александр Яковлевич ; под ред. Ю.В. Нестеренко. - Москва : МЦНМО, 2006. - 280 с. - ЕН. - ISBN 5-94057-088-7 : 80.00.	1

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Электронные библиотечные системы:

1. ЭБС Университетская библиотека онлайн – <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС «Лань» – <https://e.lanbook.com>
3. ЭБС «ZNANIUM.COM» – <http://znanium.com>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для занятий по дисциплине «Научные основы школьного курса математики» необходима учебная аудитория, доска, мел (маркеры для белой доски), аудитория, оснащенная мультимедийным оборудованием и компьютерный класс с техническими средствами обучения (персональные компьютеры, мультимедиа и проектор) для проведения семинаров и практических занятий. Необходимое программное обеспечение – офисный пакет.