

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Костромской государственной университет»

(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилями подготовки)

Направленности: Математика, физика

Квалификация выпускника: бакалавр

**Кострома  
2021**

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 № 125 (зарегистрировано Министерством юстиции Российской Федерации 15.03.2018 регистрационный № 50358), с изменениями, внесенными приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 08.02.2021 № 83 (зарегистрировано Министерством юстиции Российской Федерации 12.03.2021 регистрационный № 62739); в соответствии с учебным планом направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (направленности Математика, физика), год начала подготовки 2021.

Разработал: Марголина Наталия Львовна, доцент, кандидат ф.-м. наук, доцент

Рецензент: Бобков Н. Н., директор муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения города Костромы «Лицей № 34», к. ист. н., доцент

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой высшей математики:

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

Протокол заседания кафедры № 8 от 18.05.2021 г.

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 6 от 09.03.2022 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 8 от 05.05.2023 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 5 от 19.03.2024 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины:

Сформировать у студентов способность оперировать базовыми понятиями теории вероятностей и готовность к применению практических навыков решения задач по теории вероятностей и математической статистики при интерпретации и обработке статистических данных в различных практических моделях.

Задачи дисциплины:

- познакомить студентов с основными понятиями и теоремами классической теории вероятностей, с главными законами распределения дискретных и непрерывных случайных величин;
- научить решать задачи классической теории вероятностей, применять асимптотические теоремы, находить параметры распределения случайной величины;
- познакомить студентов с основными понятиями и теоремами математической статистики, с процедурой обработки выборки, оценки статистических параметров и проверки статистических гипотез;
- научить находить числовые характеристики выборки, находить точечные и интервальные оценки статистических параметров, проверять статистические гипотезы о значении параметров и виде закона распределения.

Кроме того, одной из задач изучения данного курса является научно-образовательное, профессионально-трудовое воспитание обучающихся посредством содержания дисциплины и актуальных воспитательных технологий.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

освоить компетенции:

ОПК-8 - способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

Код и содержание индикаторов компетенции:

ИОПК-8.1. Демонстрирует владение системой специальных научных знаний в предметной области

ИОПК-8.2. Применяет специальные предметные знания в педагогической деятельности по направленности программы

Знать:

базовые понятия комбинаторики, основные определения и теоремы теории вероятности и математической статистики, виды случайных величин и их основные характеристики, знать процедуру обработки выборки и оценки статистических гипотез в рамках развития способности осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

Уметь:

вычислять вероятности событий, исследовать случайные величины разных типов и находить их основные характеристики для развития способности самостоятельно выдвигать и формулировать гипотезы, находить точечные и интервальные оценки статистических параметров, проверять статистические гипотезы для формирования способности осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

Владеть:

способами оценки статистических параметров, навыками вычисления числовых характеристик выборки и случайных величин в рамках развития способности осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

### 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана. Изучается в 7 и 8 семестрах обучения.

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках:

модуль «Исследовательские технологии в сфере образования», организация исследовательской деятельности в системе образования, математический анализ, алгебра, геометрия, механика, молекулярная физика, электричество и магнетизм, оптика, учебная практика (ознакомительная), производственная практика (педагогическая, образовательно-воспитательная).

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик:

атомная и ядерная физика, астрономия, дифференциальные уравнения, производственная практика (педагогическая по физике), производственная практика (педагогическая по математике), подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

### 4. Объем дисциплины

#### 4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы,	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	4
Общая трудоемкость в часах	144
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	78
Лекции	38
Практические занятия	40
Лабораторные занятия	–
Практическая подготовка	–
Самостоятельная работа в часах	61,5
Форма промежуточной аттестации	7 семестр (зачет) – 0,25 часа 8 семестр (курсовой проект) – 4 часа 8 семестр (зачет с оценкой) – 0,25 часа

#### 4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	38
Практические занятия	40
Лабораторные занятия	-
Консультации	-
Зачет/зачеты	0,5
Экзамен/экзамены	-
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	4
Практическая подготовка	-
Всего	82,5

**5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий**

✓ **Тематический план учебной дисциплины**

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц	Практ.	Лаб.	
<b>7 семестр</b>						
1	Классическая теория вероятностей	10,75	4	4	-	2,75
2	Повторение испытаний. Асимптотические теоремы.	10	4	4	-	2
3	Дискретные случайные величины	11	4	4	-	3
4	Непрерывные случайные величины	15	6	6	-	3
5	Виды законов распределений	11	4	4	-	3
6	Многомерные случайные величины	9	2	4	-	3
7	Закон больших чисел	5	2	-	-	3
	ИКР (зачет)	0,25	-	-	-	-
<b>8 семестр</b>						
8	Элементы математической статистики	7,75	3	4	-	1,75
9	Статистическая проверка гипотез	13	5	6	-	2
10	Корреляционно-регрессионный анализ	10	4	4	-	2
	Курсовой проект	36	-	-	-	36
	ИКР (зачет с оценкой)	0,25	-	-	-	-
	<b>Итого:</b>	<b>144</b>	<b>38</b>	<b>40</b>	<b>-</b>	<b>61,5</b>

**5.2. Содержание:**

**Тема 1. Классическая теория вероятностей.** Классификация событий и действия над ними. Классическое определение вероятности. Относительная частота. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность события. Теорема умножения вероятностей. Понятие независимых испытаний. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

**Тема 2. Повторение испытаний. Асимптотические теоремы** Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Теорема Пуассона.

**Тема 3. Дискретные случайные величины.** Дискретные случайные величины. Дискретные случайные величины, функции от них. Математическое ожидание, его свойства. Дисперсия, ее свойства. Среднее квадратичное, его свойства.

**Тема 4. Непрерывные случайные величины.** Непрерывные случайные величины. Определение непрерывных случайных величин. Интегральная функция распределения, ее свойства. Плотность и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия для непрерывных случайных величин.

**Тема 5. Виды законов распределений.** Биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение. Равномерное распределение, экспоненциальное распределение. Нормальное распределение. Распределение Стьюдента, Фишера, Пирсона,  $\chi^2$ .

**Тема 6. Многомерные случайные величины.** Понятие о многомерной случайной величине и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины.

**Тема 7. Закон больших чисел.** Теорема Чебышева. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева, ее применение в физических экспериментах. Теорема Бернулли.

**Тема 8. Элементы математической статистики.** Элементы математической статистики. Выборка. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики выборки. Характеристики среднего и разброса выборки. Оценки параметров теоретического закона распределения. Точечные оценки параметров. Методы моментов и наибольшего правдоподобия. Свойства оценок. Интервальные оценки. Доверительный интервал.

**Тема 9. Статистическая проверка гипотез.** Статистическая проверка гипотез. Критическая область. Ошибки 1 и второго рода. Проверка гипотез о виде распределения (критерий  $\chi^2$ ). Проверка гипотез о параметрах закона распределения (критерии Стьюдента и Фишера). Непараметрические критерии.

**Тема 10. Корреляционно-регрессионный анализ.** Функциональная, стохастическая и корреляционная зависимости. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Корреляционное отношение. Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии.

## 6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### 6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания (Литература)	Форма контроля
	<i>7 семестр</i>				
1	Классическая теория вероятностей	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2,75	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
2	Повторение испытаний. Асимптотические теоремы.	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий

3	Дискретные случайные величины	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
4	Непрерывные случайные величины	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
5	Нормальное распределение	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
6	Многомерные случайные величины	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
7	Теорема Чебышева	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
<b>8 семестр</b>					
8	Элементы математической статистики	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	1,75	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
9	Статистическая проверка гипотез	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
10	Корреляционно-регрессионный анализ	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
		Подготовка курсового проекта	36	Изучение литературы	Защита курсового проекта
<b>Итого:</b>			61,5		

## 6.2. Тематика и задания для практических занятий.

№	Тема практического занятия	Задания для практического занятия
<p><b>Литература</b>, необходимая для занятий:</p> <p>[1] Задачи и упражнения по теории вероятностей : [учеб. пособие для студ. вузов] / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - 5-е изд., испр. - М. : Академия, 2003. - 448 с.</p> <p>[2] Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. - 9-е изд., стер. - М. : Высш. школа, 2003. - 479 с.</p> <p>[3] Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. пособие для студ. вузов] / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2005. - 479 с.</p> <p>[4] Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. для студ. высш. учеб.</p>		
<b>7 семестр</b>		
1	<p>Классификация событий.                      Действия над событиями.                      Пространство элементарных исходов.</p> <p>Элементы комбинаторики                      Классическое определение вероятности.                      Геометрическое определение вероятности.</p> <p>Теореме сложения и умножения вероятностей.                      Условная вероятность.</p> <p>Формула полной вероятности.                      Формула Байеса.</p>	<p>[1] стр. 285 № 6.2. 3, 6.2.9,6.2.10,6.2.15.</p> <p>[4] стр.154 № 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.                      [4] стр.161 № 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12.</p> <p>[4] стр.161 № 3, 6, 14.                      [2] стр. 13 № 26, 28, 32.</p> <p>[4] стр.171 № 1, 2, 3, 4, 5, 6.                      [4] стр. 177 № 1, 2, 3, 4, 5, 6.</p> <p>[4] стр.185 № 1, 3, 5, 7, 9.</p>
2	<p>Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.                      Формула Пуассона.</p>	<p>[4] стр.193 № 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.</p>
3	<p>Дискретная случайная величина.                      Ряд распределения.                      Многоугольник распределения.                      Функция распределения дискретной случайной величины.                      Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства.</p> <p>Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения.                      Математическое ожидание.                      Свойства математического ожидания. Дисперсия. Свойства дисперсии.</p>	<p>[1] стр. 341 № 6.8.3, 6.8.4, 6.8.10 (а), 6.8.11, 6.8.16.</p> <p>[1] стр. 361 № 6.10.3, 6.10.4, 6.10.10.</p> <p>[1] стр.350 № 6.9.3, стр. 353 № 6.9.8, 6.9.10.</p> <p>[1] стр.364 №6.10.15.,6.1..17.,6.10.18.</p>
4	Нормальное распределение	[1] стр. 380 № 6.11.26, 6.11.27.
5	Системы случайных величин.	[1] стр. 391 № 6.12.2.

	Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.	[1] стр. 397 № 6.12.23, 6.12.30.
6	Условные законы распределения.	[1] стр. 394 № 6.12.10.
	Числовые характеристики двумерной случайной величины.	[1] стр. 395 № 6.12.13, стр. 396 № 6.12.16, стр. 402 № 6.12.32, 6.12.34.
7	Теорема Чебышева	Индивидуальное задание
<b>8 семестр</b>		
8	Вариационные ряды. Полигон, гистограмма. Эмпирическая функция распределения.	[2] стр. 151 № 440, 442 (а), 444 (а), 447 (а).
9	Выборочное среднее и ее свойства. Мода, медиана, размах вариационного ряда.	[2] стр. 158 № 451 (дополнительно вычислить моду, медиану, размах).
10	Выборочная дисперсия и ее свойства.	[2] стр. 161 № 461, 467.
	Интервальные оценки.	[2] стр. 176 № 502, 504, стр. 179 № 515.
11	Статистическая проверка гипотез.	[3] стр. 375 № 25.12, стр. 387 № 25.27.
	Проверка гипотез о равенстве двух средних.	[3] стр. 375 № 25.13, стр. 387 № 25.26, 25.29.
12	Проверка гипотез о равенстве двух дисперсий.	Индивидуальные задания.
13	Проверка гипотез о числовых значениях параметров.	Индивидуальные задания.
14	Уравнение парной регрессии.	[3] стр. 390 № 26.2.
	Коэффициент корреляции.	[3] стр. 390 № 26.2.
	Корреляционное отношение.	[3] стр. 390 № 26.2.
	Индекс корреляции.	[3] стр. 390 № 26.2.
15	Интервальная оценка функции регрессии	Индивидуальные задания.
16	Проверка значимости уровня регрессии.	Индивидуальные задания.

### 6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия отсутствуют.

### 6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов)

Тематика курсового проекта определяется преподавателем, являющимся руководителем работы. Темы курсовых проектов по теории вероятностей и математической статистике могут касаться разделов, не входящих в курс, а могут расширять и углублять знания студента по вопросам, изучавшимся на лекциях и практических занятиях. Работа обязательно должна включать расчетную часть, касающуюся обработки экспериментальных данных.

1. Первичная статистическая обработка данных в профессиональной и исследовательской деятельности.

2. Точечная оценка параметров генеральной совокупности для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.
3. Интервальная оценка параметров генеральной совокупности для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.
4. Проверка гипотез о виде закона распределения для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.
5. Проверка гипотез о значении среднего для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.
6. Проверка гипотез о значении дисперсии для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.
7. Применение методов корреляционного и регрессионного анализа для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.

При оформлении текстовых документов следует руководствоваться документом: «Правила оформления текстовых документов: руководящий документ по оформлению рефератов, отчетов о лабораторных работах, практиках, пояснительных записок к курсовым проектам и выпускным квалификационным работам / А. В. Басова, С. В. Боженко, Т. Н. Вахнина, И. Б. Горланова, И. А. Делекторская, А. А. Титунин, О. В. Тройченко, С. А. Угрюмов, С. Г. Шарабарина; под общ. ред. О. В. Тройченко. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кострома: Изд-во Костром. гос. ун-та, 2017. – 47 с.»

#### 7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Литература	Кол-во книг
<i>Основная</i>		
1	Вентцель, Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : [учеб. пособие для студ. вузов] / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - 5-е изд., испр. - М. : Академия, 2003. - 448 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 440. - ISBN 5-7695-1054-4 : 117.75.	40
2	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. - 9-е изд., стер. - М. : Высш. школа, 2003. - 479 с. : ил. - Предм. указ.: с. 474-479. - ISBN 5-06-004214-6 : 78.65.	14
3	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. пособие для студ. вузов] / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2005. - 479 с. : ил. - Предм. указ.: с. 474-479. - ISBN 5-06-004214-6 : 315.25.	20
4	Кремер, Наум Шевелевич. Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. для студ. высш. учеб. заведений] / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 551 с. - (Золотой фонд российских учебников). - Библиогр.: с. 511-512. - Предм. указ.: с. 539-551. - ISBN 978-5-238-01270-4 : 200.00.	10
<i>Дополнительная</i>		
5	Афанасьев, Владимир Васильевич. Теория вероятностей : [учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений] / В. В. Афанасьев. - М. : ВЛАДОС, 2007. - 350 с. - (Учебник для вузов). - Указ. обозначений: с. 322-326. - Библиогр.: с. 349-350. - ISBN 978-5-691-01525-0 : 200.00.	6
6	Баврин, Иван Иванович.	20

	Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений] / И. И. Баврин. - М. : Высш. школа, 2005. - 160 с. - Библиогр.: с. 158. - ISBN 5-06-005322-9 : 138.00.	
7	Общий курс высшей математики для экономистов : учебник / Б. М. Рудык [и др.] ; Рос. экон. акад. ; под ред. В. И. Ермакова. - М. : Инфра-М, 2007. - 656 с. - Библиогр.: с. 647. - ISBN 5-16-002870-6 : 195.49.	10
8	Сборник задач по высшей математике для экономистов : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] / В. И. Ермаков [и др.] ; Рос. экон. акад. ; под ред. В. И. Ермакова. - 2-е изд., испр. - М. : ИНФРА-М, 2007. - 575 с. - ISBN 5-16-002781-5 : 160.49.	71
9	Сборник задач по высшей математике : с контрольными работами : 2 курс / К. Н. Лунгу [и др.] ; под ред. С. Н. Федина. - 6-е изд. - М. : Айрис-пресс, 2007. - 589, [2] с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-2948-2 : 243.00	1

#### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>
2. ЭБС «Университетская библиотека online» <http://biblioclub.ru>
3. ЭБС «Znaniium» <http://znaniium.com/>
4. Консультант Студента. Электронная библиотека технического вуза <http://www.studentlibrary.ru/>

#### **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для проведения занятий по дисциплине необходимы учебная аудитория, доска, мел (маркеры для доски), проектор, компьютер (ноутбук).