

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ.
АЛГЕБРА. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ**

Направление подготовки: 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность: Теория и методика реализации программ углублённого изучения
математики

Квалификация выпускника: магистр

**Кострома
2022**

Рабочая программа дисциплины «Научные основы школьного курса математики. Алгебра. Теория чисел» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (уровень магистратура), утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ от 22.02.2018 № 126 (зарегистрировано Министерством юстиции РФ 15.03.2018 № 50361), с изменениями, внесенными приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 08 февраля 2021 г. № 82 (зарегистрировано Министерством юстиции РФ 12.03.2021 № 62740); в соответствии с учебным планом направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (направленность Теория и методика реализации программ углубленного изучения математики), год начала подготовки 2022.

Разработал: Матыцина Татьяна Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики, кандидат физико-математических наук, доцент

Рецензент: Бобков Н. Н., директор муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения города Костромы «Лицей № 34», кандидат исторических наук, доцент

УТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 6 от 09.03.2022 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 8 от 05.05.2023 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины: формирование у студентов понимания основных отношений в кольце целых чисел: отношения делимости и отношение сравнения, готовности использовать эти знания для их арифметических приложений.

Задачи дисциплины:

- познакомить студентов с отношениями делимости и сравнения в кольце целых чисел, их свойствами и их арифметическими приложениями;
- научить решать задачи на делимость различными способами;
- научить находить НОД и НОК чисел различными способами;
- научить действиям с систематическими числами;
- научить решать сравнения первой степени, неопределенные уравнения, сравнения высших степеней;
- изучить арифметические приложения теории сравнений.

Кроме того, одной из задач изучения данного курса является научно-образовательное, профессионально-трудовое воспитание обучающихся посредством содержания дисциплины и актуальных воспитательных технологий

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен освоить компетенции:

ПК-1: Способен осуществлять разные виды деятельности в области математики на основе традиционных и современных технологий

Код и содержание индикаторов компетенции ПК-1

ИПК 1.1. Знает: методы математического моделирования, их теоретические основы и практические приложения

ИПК 1.2. Умеет: применять математическое моделирование для построения объектов и процессов, определять и предсказывать их свойства; формировать у обучающихся умение проверять математическое доказательства, приводить опровергающий пример

ИПК 1.3. Владеет опытом математического моделирования реального объекта или процесса; критическим мышлением в области математики на основе традиционных и современных технологий

ПК-2: Способен осуществлять методическое обеспечение педагогической деятельности в области математики обучающихся с особыми образовательными потребностями на уровнях общего и профессионального образования

Код и содержание индикаторов компетенции ПК-2

ИПК 2.1. Знает: содержание, основные направления, цели и задачи, формы, методы, средства организации обучения математике детей с особыми образовательными потребностями на уровнях общего и профессионального образования

ИПК 2.2. Умеет: проектировать и реализовывать собственные методические разработки для организации обучения математике детей с особыми образовательными потребностями на уровнях общего и профессионального образования

ИПК 2.3. Владеет опытом проектирования методической работы, реализации различных форм организации обучения математике детей с особыми образовательными потребностями на уровнях общего и профессионального образования

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

– понятие делимости целых чисел и его свойства, понятие простого числа, основную теорему арифметики, систематическую запись целых чисел в произвольных системах счисления в рамках развития способности использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета,

– понятие сравнения целых чисел и его свойства,

– теоремы Эйлера и Ферма,

– арифметические приложения теории сравнений,

– цепные дроби и представление действительных чисел цепными дробями

уметь:

– находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное целых чисел, факторизовать целые числа, выполнять действия над систематическими числами в рамках развития у студентов способности использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета,

– решать сравнения первой степени, системы сравнений, двучленные сравнения,

– применять теоремы Эйлера и Ферма,

– представлять действительные числа цепными дробями

владеть:

– техникой решения задач теории чисел (согласно содержания дисциплины) для достижения практического навыка у студентов для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами теории чисел и достижения высоких личностных, метапредметных и предметных результатов обучения

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к *формируемой* участниками образовательных отношений части учебного плана.

Изучается на 2 курсе обучения (2 сессия).

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках, освоенных в ходе обучения на бакалавриате: Математический анализ; Алгебра; Геометрия; Механика; Учебная практика (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы).

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик: Задачи векторного и тензорного анализа для развития творческого потенциала обучающихся; Задачи общей топологии в реализации научно-исследовательской деятельности обучающихся; Педагогическая практика; Научно-исследовательская работа; Подготовка к сдаче и сдача государственного

экзамена; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы – базируются на изучении данной дисциплины.

4. Объем дисциплины

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы,	Заочная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	4
Общая трудоемкость в часах	144
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	18
Лекции	8
Практические занятия	10
Лабораторные занятия	0
Практическая подготовка	0
Самостоятельная работа в часах	114,65
Форма промежуточной аттестации Экзамен во 2 сессию 2 года	9

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Заочная форма
Лекции	8
Практические занятия	10
Лабораторные занятия	0
Консультации	2
Зачет/зачеты	0
Экзамен/экзамены	0,35
Курсовые работы	0
Курсовые проекты	0
Практическая подготовка	0
Всего	20,35

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные			Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Делимость и простые числа	34	2	2	-	30
2	Теория сравнений	38	4	4	-	30

3	Цепные дроби	36	2	4	-	30
Экзамен		36	-	-	-	36
Итого:		144	8	10	0	126

5.2. Содержание:

Тема 1. Делимость и простые числа. Делимость целых чисел. Деление с остатком. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа и их свойства. Простые числа и их свойства. Основная теорема арифметики. Распределение простых чисел. Неравенство Чебышева для. Систематические числа.

Тема 2. Теория сравнений. Кольцо и поле классов вычетов. Теорема Эйлера и Ферма. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной. Сравнения первой степени. Сравнения по простому модулю и степени простого числа. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и по простому модулю. Показатели чисел и классов по данному модулю. Теорема о существовании первообразного корня. Индексы, двучленные сравнения по простому модулю. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра. Арифметические приложения теории сравнений.

Тема 3. Цепные дроби. Существование и единственность значения цепной дроби. Представление действительных чисел цепными дробями. Теорема Лежандра о квадратичной иррациональности. Теорема Дирихле и ее применение. Алгебраические и трансцендентные числа. Теорема Лиувилля и ее применение к построению трансцендентных чисел, к доказательству иррациональности.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Литература для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы обучающихся:

[1] Грибанов В. У. Сборник упражнений по теории чисел / В. У. Грибанов, П. И. Титов. – М.: Просвещение, 1964. – 144 с.; То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454845> (26.02.2018).

[2] Кудреватов Г. А. Сборник задач по теории чисел / Г. А. Кудреватов. – М.: Просвещение, 1970. – 128 с. – ЕН. – 0.17.

[3] Ляпин Е. С. Сборник задач по элементарной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов : допущено М-вом просвещения СССР / Е. С. Ляпин, И. В. Баранова, З. Г. Борчугова. – изд. 2-е, перераб., доп. – М.: Просвещение, 1973. – 351 с.: ил. – 0.84.

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации и по выполнению	Форма контроля
-------	--------------------------	---------	------	---	----------------

				задания	
1	Делимость и простые числа	НОК целых чисел и его свойства. Распределение простых чисел. Обзор непозиционных систем счисления. Действия над систематическими числами	30	Изучение лекционного материала; решение задач из книг [1], [2], [3]	Устный опрос
2	Теория сравнений	Сравнения по простому модулю и степени простого числа. Частные признаки делимости по различным модулям. Проверка результатов арифметических действий	30	Изучение лекционного материала, решение задач из книг [1], [2]	Индивидуальное собеседование, тестирование
3	Цепные дроби	Применение конечных цепных дробей. Бесконечные периодические цепные дроби	30	Изучение лекционного материала, решение задач из книги [2]	Индивидуальное собеседование
	Подготовка к сдаче экзамена		36	Изучение лекционного материала; решение задач из книг [1], [2], [3]	Экзамен

6.2. Тематика и задания для практических занятий

«Задачи на делимость. Метод математической индукции в решении задач на делимость»

1. Книга [3], номера 97, 99, 107, 108, 116, 135, 137, 139, 143, 180, 34 а) в), 37.
2. Книга [3], номера 35 а) в) д) е), 36 а) в) д), 38.
3. Книга [2], номера 11, 12 1), 19.

«Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, взаимно простые числа. Простые числа. Факторизация чисел»

1. Книга [3], номера 226, 230 а) б) в), 237, 227, 290.
2. Книга [1], номера 29, 35, 32, 31.

3. Вычислить:

а) $(420, 126, 252)$ и $[420, 126, 525]$;

б) $(529, 1541, 1817)$ и $[529, 1541, 1817]$.

4. Сократить дробь:

а) $\frac{35443}{1817}$;

б) $\frac{3953}{871}$.

5. Сложить дроби $\frac{1}{3953}$ и $\frac{1}{871}$.

6. Решить системы:

а) $\begin{cases} x+y=150 \\ x-y=9600 \end{cases}$;

в) $\begin{cases} x \cdot y=9600 \\ x-y=420 \end{cases}$;

б) $\begin{cases} \frac{x}{y}=\frac{5}{9} \\ x-y=420 \end{cases}$;

г) $\begin{cases} |x, y|=420 \\ x-y=420 \end{cases}$.

7. Проверить, являются ли следующие числа простыми: 569, 701, 997, 283.

8. Выделить все простые числа в промежутке от 150 до 200 и от 180 до 220.

9. Факторизовать числа: 1672, 1232, 2364, 5599, 556, 788, 1764.

10. Книга [3], номера 269, 267, 235, 270.

«Числовые функции. Систематические числа»

1. Книга [2], номера 460, 461, 425.

2. Книга [1], номера 66, 69, 84, 95.

3. Найти количество чисел, не превосходящих 111 и делящихся на 5 или на 7.

4. Найти количество чисел, не превосходящих 2311 и не делящихся ни на одно из чисел 5, 7, 13, 17.

5. Факторизовать числа $10!$, $40!$.

6. Книга [3], номера 353, 357, 358, 360, 361 а) в) д) ж) з) к), 362 а) в), 364.

«Сравнения, свойства сравнений, классы вычетов, системы вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма»

1. Книга [2], номера 84, 85, 86, 81, 139 1) 4), 141, 143, 147.

2. Книга [1], номера 97 1) 2) 3), 98 1) 2) 3), 99 1) 3) 4), 100 1) 2) 4), 101, 109, 110, 113, 120, 154.

3. Найти остаток от деления 93^{41} на 111.

«Сравнения первой степени. Системы сравнений, неопределенные уравнения, сравнения высших степеней»

1. Книга [1], номера 174 1) 3), 175 1) 4), 176 1) 3), 179 1) 7) 4), 181 1) 2).

2. Книга [1], номера 194 1) 10), 195, 184 1), 186 1), 184 9) 4), 199 1) 5).

«Первообразные корни и индексы. Решение двучленных сравнений.
Квадратичные вычеты и невычеты»

1. Книга [1], номера 229 2), 231 1), 232 1), 235 1) 4), 239 1) 3), 240 1), 241 1), 242 1).
2. Книга [1], номера 214 1), 215 1) 4), 216 1), 217 1), 223.

«Арифметические приложения теории сравнений»

1. Книга [1], номера 244 1) 3) 5) 7) 9), 245, 246 а) 1) 2) 5), 246 б) 1) 2), 248 1) 2) 5) 6).

2. Найти остаток от деления $2^{100} + 3^{100}$ на 5.

3. Найти последнюю цифру числа 13^{124} .

4. Решить сравнения:

а) $3x \equiv 14 \pmod{21}$;

б) $3x \equiv 14 \pmod{22}$;

в) $6x \equiv 15 \pmod{21}$.

5. Решить в целых числах уравнения:

а) $45x - 37y = 25$;

б) $12x + 21y = 14$.

6. Решить уравнения:

а) $\phi(3^x \cdot 5^y) = 600$;

б) $\phi(7^x) = 294$.

7. Решить двучленные сравнения:

а) $x^{12} \equiv 37 \pmod{41}$;

б) $37x^{15} \equiv 62 \pmod{73}$.

8. Найти период и предпериод при обращении обыкновенной дроби в десятичную:

а) $\frac{1}{21 \cdot 17 \cdot 4}$;

б) $\frac{1}{19 \cdot 23 \cdot 20}$.

9. Вставить вместо $*$ числа так, чтобы выполнялось условие:

а) $3*44* : 36$;

б) $122*33* : 55$.

«Конечные цепные дроби и их применения»

1. Книга [2], номера 378 1) 2), 379 1) 2) 4), 380 2), 388 1) 2), 393 1), 395 1), 396 1).

«Бесконечные цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями»

1. Книга [2], номера 396 3), 399 1), 404 1) 3), 405 1), 415 2), 416 2).

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий при наличии

Лабораторные занятия по данной дисциплине не запланированы.

6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ

Курсовые работы по данной дисциплине не запланированы.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№	Литература	Кол-во книг
Основная литература		
1	Бухштаб А. А. Теория чисел / А. А. Бухштаб. – М.: Просвещение, 1966. – 383 с.; То же [Электронный ресурс]. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454831 (28.02.2018).	
2	Грибанов В. У. Сборник упражнений по теории чисел / В. У. Грибанов, П. И. Титов. – М.: Просвещение, 1964. – 144 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454845 (26.02.2018).	
3	Кудреватов Г. А. Сборник задач по теории чисел / Г. А. Кудреватов. – М.: Просвещение, 1970. – 128 с. – ЕН. – 0.17.	1
4	Ляпин Е. С. Сборник задач по элементарной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов : допущено М-вом просвещения СССР / Е. С. Ляпин, И. В. Баранова, З. Г. Борчугова. – изд. 2-е, перераб., доп. – М.: Просвещение, 1973. – 351 с. : ил. – 0.84.	29
5	Пантина И. В. Алгебра и теория чисел: учебное пособие / И. В. Пантина, М. А. Куприянова, С. В. Харитонов. – Москва : Университет «Синергия», 2016. – 161 с. – (Легкий учебник). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4257-0253-1 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455430	
Дополнительная литература		
1	Алферова, З.В. Алгебра и теория чисел : учебно-методический комплекс / З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 279 с. - ISBN 978-5-374-00535-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645	
2	Виноградов, Иван Матвеевич. Основы теории чисел : учеб. пособие / И. М. Виноградов. - Изд. 11-е, стер. - СПб. : Лань, 2006. - 176 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Лучшие классические учебники. Математика). - ISBN 5-8114-0535-9 : 60.60.	1
3	Данилова, Т.В. Теория чисел: Задачи с примерами решений :	

	учебное пособие / Т.В. Данилова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. - Архангельск : САФУ, 2015. - 104 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-261-01004-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368	
4	Михалева М. М. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / М. М. Михалева, Б. М. Веретенников ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014.– Ч. 1. – 51 с. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7996-1193-4 978-5-7996-1166-8 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276012	
5	Хинчин, Александр Яковлевич. Избранные труды по теории чисел / Хинчин Александр Яковлевич ; под ред. Ю.В. Нестеренко. - Москва : МЦНМО, 2006. - 280 с. - ЕН. - ISBN 5-94057-088-7 : 80.00.	1

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>

ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>

ЭБС Университетская библиотека онлайн <http://biblioclub.ru>

ЭБС «ZNANIUM.COM» <http://znanium.com>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения занятий по дисциплине необходимы учебная аудитория, доска, мел (маркеры для доски), проектор, ноутбук. Необходимое программное обеспечение – офисный пакет.