

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ.
ГЕОМЕТРИЯ**

Направление подготовки: 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность: Теория и методика реализации программ углублённого изучения
математики

Квалификация выпускника: магистр

**Кострома
2021**

Рабочая программа дисциплины «Научные основы школьного курса математики. Геометрия» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (уровень магистратура), утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ от 22.02.2018 № 126 (зарегистрировано Министерством юстиции РФ 15.03.2018 № 50361), с изменениями, внесенными приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 08 февраля 2021 г. № 82 (зарегистрировано Министерством юстиции РФ 12.03.2021 № 62740); в соответствии с учебным планом направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (направленность Теория и методика реализации программ углубленного изучения математики), год начала подготовки 2021.

Разработал: Матыцина Татьяна Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики, кандидат физико-математических наук, доцент

Рецензент: Бобков Н. Н., директор муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения города Костромы «Лицей № 34», кандидат исторических наук, доцент

УТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры высшей математики
Протокол заседания кафедры № 8 от 18.05.2021 г.
Заведующий кафедрой высшей математики
Матыцина Татьяна Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики
Протокол заседания кафедры № 6 от 09.03.2022 г.
Заведующий кафедрой высшей математики
Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики
Протокол заседания кафедры № 8 от 05.05.2023 г.
Заведующий кафедрой высшей математики
Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины: формирование у студента способности к применению системных научных теоретических знаний, умений и практических навыков в дисциплине «Научные основы школьного курса математики. Геометрия» в педагогической деятельности по направленности.

Задачи дисциплины:

- ознакомить студентов с основными понятиями геометрии, являющихся базовыми при обосновании школьного курса геометрии;
- сформировать навык решения геометрических задач по темам «Методы изображений на плоскости и в пространстве», «Преобразования плоскости»;
- сформировать представление о топологических пространствах и гладких многообразиях;
- научить решать задачи по геометрии по указанным темам;
- научить решать задачи с применением свойств аффинных преобразований плоскости;
- научить интерпретировать полученные результаты.

Кроме того, одной из задач изучения данного курса является научно-образовательное, профессионально-трудовое воспитание обучающихся посредством содержания дисциплины и актуальных воспитательных технологий

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен освоить компетенции:

ПК-1: Способен осуществлять разные виды деятельности в области математики на основе традиционных и современных технологий

Код и содержание индикаторов компетенции ПК-1

ИПК 1.1. Знает: методы математического моделирования, их теоретические основы и практические приложения

ИПК 1.2. Умеет: применять математическое моделирование для построения объектов и процессов, определять и предсказывать их свойства; формировать у обучающихся умение проверять математические доказательства, приводить опровергающий пример

ИПК 1.3. Владеет опытом математического моделирования реального объекта или процесса; критическим мышлением в области математики на основе традиционных и современных технологий

ПК-2: Способен осуществлять методическое обеспечение педагогической деятельности в области математики обучающихся с особыми образовательными потребностями на уровнях общего и профессионального образования

Код и содержание индикаторов компетенции ПК-2

ИПК 2.1. Знает: содержание, основные направления, цели и задачи, формы, методы, средства организации обучения математике детей с особыми образовательными потребностями на уровнях общего и профессионального образования

ИПК 2.2. Умеет: проектировать и реализовывать собственные методические разработки для организации обучения математике детей с особыми образовательными потребностями на уровнях общего и профессионального образования

ИПК 2.3. Владеет опытом проектирования методической работы, реализации различных форм организации обучения математике детей с особыми образовательными потребностями на уровнях общего и профессионального образования

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

- основные группы геометрических преобразований евклидовой плоскости;
- конкретные виды аффинных преобразований плоскости;
- теоремы, лежащие в основе изображения плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании;
- понятие полного и неполного изображения, позиционной задачи;
- элементы теории топологических пространств и оперирование ее основными понятиями;
- начальные понятия топологии гладких многообразий;

уметь:

- решать задачи с применением свойств аффинных преобразований плоскости;
- правильно применять методы решения для задач указанного типа;
- решать задачи с применением преобразований плоскости.

владеть:

- методами определения области, к которой относится поставленная задача;
- методами решения классических задач геометрии;
- методами решения с помощью аффинных преобразований.

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к *формируемой* участниками образовательных отношений части учебного плана.

Изучается на 1 курсе обучения (3 сессия).

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках, освоенных в ходе обучения на бакалавриате: Математический анализ; Алгебра; Геометрия; Механика; Учебная практика (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы).

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик: Задачи векторного и тензорного анализа для развития творческого потенциала обучающихся; Задачи общей топологии в реализации научно-исследовательской деятельности обучающихся; Педагогическая практика; Научно-исследовательская работа; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы – базируются на изучении данной дисциплины.

4. Объем дисциплины

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы,	Заочная
----------------------	---------

	форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	3
Общая трудоемкость в часах	108
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	18
Лекции	8
Практические занятия	10
Лабораторные занятия	0
Практическая подготовка	0
Самостоятельная работа в часах	85,75
Форма промежуточной аттестации зачет во 2 сессию 2 года	36

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Заочная форма
Лекции	8
Практические занятия	10
Лабораторные занятия	0
Консультации	0
Зачет/зачеты	0,25
Экзамен/экзамены	0
Курсовые работы	0
Курсовые проекты	0
Практическая подготовка	0
Всего	18,25

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные			Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Преобразования плоскости и их приложение к решению задач	16	2	2	-	12
2	Методы изображения плоских и пространственных фигур.	20	2	4	-	14
3	Топологические пространства.	18	2	2	-	14
4	Гладкие многообразия	18	2	2		14
зачет		36	–	–	–	36
Итого:		108	8	10	0	90

5.2. Содержание:

Тема 1. Преобразования плоскости и их приложение к решению задач.

Группа преобразований множества. Движение плоскости. Примеры. Геометрическое задание движения. Основные свойства движений. Два вида движений. Аналитическое задание движений. Частные случаи движений. Классификация движений плоскости. Группа движений плоскости и ее основные подгруппы. Приложение движений плоскости к решению задач. Преобразование подобия. Гомотетия и ее свойства. Свойства подобия. Аналитическое выражение подобного преобразования. Классификация преобразования подобия. Группа подобий и ее подгруппы. Подобие фигур. Приложение подобий плоскости к решению задач. Аффинные преобразования плоскости. Группа аффинных преобразований и ее подгруппы. Аффинная эквивалентность фигур.

Тема 2. Методы изображения плоских и пространственных фигур.

Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования отрезков и прямых. Аффинное отображение плоскости на плоскость. Перспективно-аффинное отображение плоскости на плоскость и его свойства. Изображение плоских фигур в параллельной проекции. Теорема Польке-Шварца. Изображение окружности. Изображение многогранников в параллельной проекции. Изображение цилиндра, конуса, шара. Аксонометрия. Изображение точек, прямых, плоскостей. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи. Построение сечений простейших многогранников.

Тема 3. Топологические пространства.

Определение и примеры топологических пространств. Открытые и замкнутые множества и их свойства. Топологические окрестности и их свойства. Различные определения топологического пространства. База топологии. Внутренность, замыкание, граница множества и их свойства. Метрика. Топология, индуцированная метрикой. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы. Аксиомы отделимости. Связность и линейная связность топологических пространств. Компактность. Произведение топологических пространств.

Тема 4. Гладкие многообразия.

Определение и примеры топологических многообразий. Понятие топологического многообразия с краем. Координатный гомеоморфизм, локальные координаты, локальная система координат, карта, атлас карт, эквивалентные атласы. Дифференцируемые отображения арифметических топологических пространств. Дифференцируемая структура на топологическом многообразии. Примеры гладких многообразий. Топологические свойства гладких многообразий. Дифференцируемые отображения гладких многообразий. Касательные векторы и касательное пространство. Погружения и вложения. Подмногообразия. Вложение многообразий в евклидово пространство. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Клеточное разбиение и ориентируемость. Классификация двумерных многообразий.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Перед каждым практическим занятием студент изучает план занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием.

Рекомендуется следующая схема подготовки к практическим занятиям:

- 1) проработать конспект лекций;
- 2) проанализировать рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- 3) изучить решение типовых задач;
- 4) решить заданные домашние задания;
- 5) при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации и по выполнению задания	Форма контроля
1	Преобразования плоскости и их приложение к решению задач	Составить литературный обзор и решение задач	12	Изучение лекционного материала; решение задач по данной теме	Диктант по определениям.
2	Методы изображения плоских и пространственных фигур.	Составить литературный обзор и решение задач	14	Изучение лекционного материала, решение задач	Индивидуальные задания
3	Топологические пространства	Решение задач по данной теме	14	Изучение лекционного материала, решение задач	Индивидуальное собеседование
4	Гладкие многообразия	Решение задач по данной теме	14	Изучение лекционного материала, решение задач	Коллоквиум
	Подготовка к сдаче зачета		36	Изучение лекционного материала; решение задач из книг [1], [2], [3]	зачет

6.2. Тематика и задания для практических занятий

Преобразования плоскости и их приложение к решению задач

Литература, необходимая для занятий:

Жаров В. А. Основные принципы построения задачника по геометрии.

Саранцев Г. И. Сборник задач на геометрические преобразования

Задачи: № 70-73, 79, 80, 82. № 89-94, 98, 99, 100. 103, 107, 110, 111, 120, 123, 124, 126, 128, 130, 131, 132-135.

Задачи: № 1, 4, 13, 15, 28, 31, 32, 35, 37, 38.

Методы изображения плоских и пространственных фигур.

1. Плоскость задана двумя пересекающимися прямыми $\bar{m}=(m, m_3)$ и $\bar{n}=(n, n_3)$, а прямая $\bar{a}=(a, a_3)$ не лежит в данной плоскости. Построить точку \bar{X} – точку пересечения прямой и плоскости.
2. Построить сечение пятиугольной пирамиды плоскостью, проходящей через три точки, одна из которых взята на ребре основания, а две другие в боковых гранях пирамиды, не содержащей это ребро.
3. Построить сечение четырехугольной призмы плоскостью, проходящей через три точки, одна из которых взята на боковом ребре, вторая – в нижнем основании, а третья – в боковой грани, не содержащей ребро.
4. На ребрах AB, AD, CD тетраэдра $ABCD$ выбраны соответственно точки M, N, P так, что прямые NP и AC не параллельны. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через данные точки.
5. В прямой призме $ABCA_1B_1C_1$ проведены два сечения: одно – через AC и B_1 , другое – через и середину ребра AB . Построить отрезок, по которому пересекаются эти сечения.
6. Дано изображение четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и точек M, N, K , лежащих соответственно на гранях $DAA_1 D_1, ABB_1 A_1$ и $BCC_1 B_1$. Построить сечение этой призмы плоскостью MNK .
7. Дано изображение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и точек M, N и P , лежащих соответственно на ребрах AA_1, BB_1, CC_1 . Построить сечение параллелепипеда плоскостью MNP .
8. Дано изображение треугольной пирамиды $SABC$ и точек M, N, P , лежащих соответственно на ребре AS и гранях ABS и BCS . Построить сечение этой пирамиды плоскостью MNP .
9. Дано изображение четырехугольной пирамиды $SABCD$ и точек M, N, K , лежащих соответственно на гранях ABS, BCS, CDS . Построить сечение этой пирамиды плоскостью MNK .
10. Построить сечение пятиугольной призмы плоскостью, заданной тремя точками A, B, C , произвольно выбранными на ее ребрах.
11. На поверхности цилиндра даны точки A, B, C . Построить сечение цилиндра плоскостью, проходящей через эти точки.
12. Построить сечение пятиугольной пирамиды плоскостью, определяемой тремя точками A, B и C , данными на ее ребрах.
13. На поверхности конуса даны три точки A, B и C . Построить сечение конуса поверхностью ABC .
14. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через середину бокового ребра и диагональ боковой грани, не содержащей этого ребра.
15. Построить сечение куба плоскостью, определяемой тремя точками, взятыми:
а) на попарно скрещивающихся ребрах; б) на боковых гранях; в) одна – на верхнем основании, две другие – на ребрах.
16. Плоскость задана следом и точкой на боковом ребре пятиугольной призмы. Построить сечение призмы этой плоскостью.

17. Дана прямая, пересекающая две грани треугольной пирамиды в заданных точках. На этой прямой задана точка. Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через эту точку и одно из ребер пирамиды.

Топологические пространства

Рассмотреть такие вопросы как:

- ✓ Определение и примеры топологических пространств.
- ✓ Свойства топологических окрестностей.
- ✓ Внутренность множества и ее свойства.
- ✓ Замыкание множества и его свойства.
- ✓ Непрерывные отображения топологических пространств.
- ✓ Линейная связность и ее свойства.

Задачи.

1. Могут ли разные топологии иметь одну и ту же базу?
2. Приведите примеры баз дискретного и антидискретного пространства.
3. Может ли множество всех интервалов с целыми концами быть базой метрической топологии на прямой?
4. Покажите, что система открытых кругов и система открытых квадратов на плоскости порождают одну и ту же топологию.
5. Опишите топологию на прямой R^1 , предбазой которой являются все бесконечные интервалы вида (∞, b) и (a, ∞) , $a, b \in R$.
6. Опишите топологию на прямой R^1 , предбазой которой являются все бесконечные интервалы (a, ∞) , $a \in R$.
7. Докажите, что евклидово пространство R^n линейно связно.
8. Топологическое пространство $R^n \setminus 0$ (при $n > 1$) с индуцированной топологией линейно связно.

Гладкие многообразия

Рассмотреть такие вопросы как:

- ✓ Понятие топологического многообразия.
- ✓ Гладкие отображения арифметических топологических пространств.
- ✓ Понятие гладкого многообразия.

Задачи.

1. Изучите понятия, входящие в это определение: топологическое пространство, открытое множество, окрестность точки, база топологического пространства, гомеоморфизм, хаусдорфово пространство.
2. Какие наборы отвечают бесконечно удаленным точкам?
3. Имеются и иные геометрические представления проективного пространства
4. Докажите, что гладкость отображения в точке не зависит от выбора карты $(V; \psi)$ и не меняется при замене атласа на эквивалентный.
5. Проверить, что для отображения $f: R^3 \rightarrow R^4$ ограниченного на единичную сферу, все точки являются регулярными, причем в каждую точку ее образа переходят две диаметрально противоположные точки и только они.
6. Рассмотрим двумерную сферу S^2 и два атласа: первый задаётся с помощью стереографических проекций из южного и северного полюсов, а другой с помощью параметризаций открытых полусфер через пару координат в трёхмерном евклидовом пространстве (например, в верхней полусфере в

качестве координат используются x и y). Докажите, что это действительно атласы, то есть карты удовлетворяют определению карт и согласованы. Эквивалентны ли эти два атласа?

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий *при наличии*

Лабораторные занятия по данной дисциплине не запланированы.

6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ

Курсовые работы по данной дисциплине не запланированы.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№	Литература	Кол-во книг
Основная литература		
1	Базылев, Вячеслав Тимофеевич. Геометрия : учеб. пособие для студ. 1 курса физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Базылев, Вячеслав Тимофеевич, К. И. Дуничев, В. П. Иваницкая. - Подольск : Просвещение, 2004. - 351 с. : ил. - Предм. указ.: с. 343-347. - 240.00.	10
2	Атанасян, Левон Сергеевич. Геометрия : в 2 ч. : [учеб. пособие для студ. пед. ин-тов] : допущено МО РФ. Ч. 1 / Атанасян, Левон Сергеевич, В. Т. Базылев. - М. : Литер, 2008. - 336 с. : ил. - Библиогр.: с. 328. - Предм. указ.: с. 329-332. - 320.00.	20
3	Атанасян, Левон Сергеевич. Геометрия : в 2 ч. : [учеб. пособие для студ. пед. ин-тов] : допущено МО РФ. Ч. 2 / Атанасян, Левон Сергеевич, В. Т. Базылев. - М. : Литер, 2008. - 352 с. : ил. - Библиогр.: с. 348. - Предм. указ.: с. 345-347. - 320.00.	20
Дополнительная литература		
1.	Базылев, В.Т. Геометрия : учеб. пособие для студентов 1 курса физ.-мат. фак. пед. ин-тов : [допущено МП СССР] / В. Т. Базылев, К. И. Дуничев, В. П. Иваницкая. - М. : Просвещение, 1974. - 351 с. - 2000.00.	77
2.	Выгодский, М. Я. Справочник по элементарной математике / М. Я. Выгодский. - М. : Астрель: АСТ, 2001. - 509 с. - Предм.-имен. указ.: с. 491-509. - ISBN 5-17-009554-6. - ISBN 5-271-02551-9 : 53.52.	10
3.	Атанасян, Л. С. Геометрия : [учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов] : в 2 ч. : допущено М-вом просвещения СССР / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев ; Ч. 2. - М. : Просвещение, 1987. - 352 с. : ил. - Библиогр.: с. 348 (21 назв.). - Предм. указ.: с. 345-347. - 1.10.	75
4.	Базылев, В. Т. Геометрия : [учеб. для студентов физ.-мат. фак. ин-тов] : допущено МП СССР. Ч. 2 : Проективное пространство и методы изображений. Основания геометрии. Элементы топологии. Линии и поверхности в евклидовом пространстве / В. Т. Базылев, К. И. Дуничев. - М. : Просвещение, 1975. - 367 с. : ил. - Список лит.: с. 360 (32 назв.). - Предм. указ.: с. 361-163. - 0.83.	131
5.	Сборник задач по геометрии : [учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак.	77

	пед. ин-тов] : допущено М-вом просвещения СССР / В. Т. Базылев [и др.] ; под ред. В. Т. Базылева. - М. : Просвещение, 1980. - 238 с. : ил. - Библиогр.: с. 238 (15 назв.). - 0.75.	
6.	Сборник задач по геометрии : [учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов] : допущено М-вом просвещения СССР : Ч. 2 / Л. С. Атанасян [и др.] ; под ред. Л. С. Атанасяна. - М. : Просвещение, 1975. - 176 с. : ил. - Библиогр.: с. 172-173 (59 назв.). - Указ. применяемых символов и обозначений: с. 169-171. - 0.45.	119
7.	Атанасян, Левон Сергеевич. Геометрия : учеб. пособие : в 2 ч. Ч. 2 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - 2-е изд., стер. - М. : КНОРУС, 2011. - 422 с. : ил. - Библиогр.: с. 417. - Предм. указ.: с. 418-422. - ISBN 978-5-406-01370-0 : 350.00.	1
8.	Подран, В.Е. Элементы топологии: Учебное пособие / В.Е. Подран – СПб.: Издательство «Лань», 2008 – 192 с.	
9.	Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии: Учебное пособие для вузов. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2004 – 412 с.	
10.	Постников М.М. Лекции по геометрии. Семестр III. Гладкие многообразия: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, гл. ред. физ. мат. лит., 1987 – 479 с.	
11.	Милнор Дж., Уоллес А. Дифференциальная топология. Начальный курс. – М.: Мир, 1972 – 277 с.	
12.	Александров, А. Д. Геометрия: Учебное пособие для вузов / А.Д. Александров, Н.Ю. Нецветаев - М.: Наука. Гл.ред. физ.-мат. лит., 1990. – 671 с.	

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>

ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>

ЭБС Университетская библиотека онлайн <http://biblioclub.ru>

ЭБС «ZNANIUM.COM» <http://znanium.com>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения занятий по дисциплине необходимы учебная аудитория, доска, мел (маркеры для доски), проектор, ноутбук. Необходимое программное обеспечение – офисный пакет.