

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ЗАДАЧИ ОБЩЕЙ ТОПОЛОГИИ В РЕАЛИЗАЦИИ НАУЧНО-
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Направление подготовки: 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность: Теория и методика реализации программ углублённого изучения
математики

Квалификация выпускника: магистр

**Кострома
2022**

Рабочая программа дисциплины «Задачи общей топологии в реализации научно-исследовательской деятельности обучающихся» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (уровень магистратура), утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ от 22.02.2018 № 126 (зарегистрировано Министерством юстиции РФ 15.03.2018 № 50361), с изменениями, внесенными приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 08 февраля 2021 г. № 82 (зарегистрировано Министерством юстиции РФ 12.03.2021 № 62740); в соответствии с учебным планом направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (направленность Теория и методика реализации программ углубленного изучения математики), год начала подготовки 2021.

Разработал: Ширяев Кирилл Евгеньевич, доцент кафедры высшей математики, кандидат физико-математических наук, доцент

Рецензенты: Бобков Н. Н., директор муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения города Костромы «Лицей № 34», кандидат исторических наук, доцент

УТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры высшей математики
Протокол заседания кафедры № 6 от 09.03.2022 г.
Заведующий кафедрой высшей математики
Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики
Протокол заседания кафедры № 8 от 05.05.2023 г.
Заведующий кафедрой высшей математики
Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины: формирование у студента способности к применению системных научных теоретических знаний, умений и практических навыков в дисциплине «Задачи общей топологии в реализации научно-исследовательской деятельности обучающихся» в педагогической деятельности по направленности.

Задачи дисциплины:

- ознакомить студентов с основными понятиями общей топологии, различными видами пространств и их свойств;
- сформировать навык решения главных типов задач из теории пространств и отображений;
- научить применять принцип сжимающих отображений для доказательств различных теорем существования;
- научить применять различные виды пространств при решении прикладных задач;
- научить интерпретировать полученные результаты.

Кроме того, одной из задач изучения данного курса является научно-образовательное, профессионально-трудовое воспитание обучающихся посредством содержания дисциплины и актуальных воспитательных технологий.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен освоить компетенции:

ПК-1: Способен осуществлять разные виды деятельности в области математики на основе традиционных и современных технологий

Код и содержание индикаторов компетенции ПК-1

ИПК 1.1. Знает: методы математического моделирования, их теоретические основы и практические приложения

ИПК 1.2. Умеет: применять математическое моделирование для построения объектов и процессов, определять и предсказывать их свойства; формировать у обучающихся умение проверять математические доказательства, приводить опровергающий пример

ИПК 1.3. Владеет опытом математического моделирования реального объекта или процесса; критическим мышлением в области математики на основе традиционных и современных технологий

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

Знать:

- основные понятия общей топологии и теории обобщенных функций, а также принцип сжимающих отображений и основные теоремы существования;
- основные типы задач, связанных с пространствами бесконечной размерности;
- типы классических задач, для решения которых применяются топологические и другие виды пространств.

Уметь:

- задавать топологию при помощи метрики, нормы, скалярного произведения;
- вычислять значения обобщенных функций и их производных на заданных основных;
- сравнивать по силе метрики и топологии;
- применять различные топологии при описании функций для решения прикладных задач.

Владеть:

- методами сравнения топологий;
- методами решения задач, связанных с пространствами бесконечной размерности;
- методами решения классических задач из общей теории топологий;
- методикой применения принципа сжимающих отображений к доказательству основных теорем существования.

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к *формируемой участниками образовательных отношений* части учебного плана (*дисциплины по выбору Б1.В.ДВ.2*)

Изучается на 2 курсе обучения (3 сессия).

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках: Научные основы школьного курса математики. Математический анализ. Дифференциальные уравнения; Научные основы школьного курса математики. Алгебра. Теория чисел; Научные основы школьного курса математики. Геометрия.

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик: Научно-исследовательская работа; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы – *базируются на изучении данной дисциплины.*

4. Объем дисциплины

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

| Виды учебной работы, | Заочная форма |
|---|---------------|
| Общая трудоемкость в зачетных единицах | 3 |
| Общая трудоемкость в часах | 108 |
| Аудиторные занятия в часах, в том числе: | 18 |
| Лекции | 8 |
| Практические занятия | 10 |
| Лабораторные занятия | 0 |
| Практическая подготовка | 0 |
| Самостоятельная работа в часах | 85,75 |
| Форма промежуточной аттестации Зачет в 3 сессию 2 года | 4 |

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

| Виды учебных занятий | Заочная форма |
|-------------------------|---------------|
| Лекции | 10 |
| Практические занятия | 8 |
| Лабораторные занятия | 0 |
| Консультации | 0 |
| Зачет/зачеты | 0,25 |
| Экзамен/экзамены | 0 |
| Курсовые работы | 0 |
| Курсовые проекты | 0 |
| Практическая подготовка | 0 |
| Всего | 18,25 |

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1 Тематический план учебной дисциплины

| № п/п | Наименование темы | Всего часов | Аудиторные занятия | | | Сам. раб. |
|---------------|--|-------------|--------------------|-----------|------|-----------|
| | | | Лекц. | Практ. | Лаб. | |
| 1 | Метрические пространства | | 1 | 1 | | 10 |
| 2 | Принцип сжимающих отображений | | 1 | 1 | | 10 |
| 3 | Нормированные и евклидовы пространства | | 2 | 2 | | 22 |
| 4 | Обобщенные функции | | 2 | 2 | | 20 |
| 5 | Топологическое пространство | | 2 | 2 | | 24 |
| Зачет | | | | 2 | | 4 |
| Итого: | | 108 | 8 | 10 | | 90 |

5.2. Содержание:

Тема 1. Метрические пространства. Метрика, ее аксиомы. Сходимость в метрическом пространстве. Эквивалентность метрик. Полнота метрического пространства.

Тема 2. Принцип сжимающих отображений. Теорема Хана-Банаха. Существование решения задачи Коши обыкновенного дифференциального уравнения в различных пространствах.

Тема 3. Нормированные и евклидовы пространства. Норма и ее свойства. Различные нормы на плоскости. Эквивалентность норм. Окрестности в различных нормах. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные и ортонормальные системы. Ряд Фурье. Неравенство Бесселя. Теорема Рисса-Фишера.

Тема 4. Обобщенные функции. Понятие сопряженного пространства. Основные функции, обобщенные функции как линейные функционалы.

Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Производные обобщенных функций.

Тема 5. Топологическое пространство. Открытые множества, топология. Топологическое пространство, сходимость в нем. Топологическое определение предела. Топология равномерной сходимости и компактно-открытая. Сравнение топологий.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

| № п/п | Наименование темы | Задание | Кол-во часов | Формы текущего контроля |
|-------|--|---|--------------|-------------------------|
| 1 | Метрические пространства | Изучение литературы | 20 | Контр. работа |
| 2 | Принцип сжимающих отображений | Изучение литературы, решение задач, разработка тестов | 20 | Контр. работа |
| 3 | Нормированные и евклидовы пространства | Изучение литературы, решение задач, разработка тестов | 15 | Контр. работа |
| 4 | Обобщенные функции | Изучение литературы, решение задач, разработка тестов | 42 | Контр. работа |
| 5 | Топологическое пространство | Изучение литературы, решение задач, разработка тестов | 20 | Контр. работа |
| | Зачет | Подготовка | 4 | |

6.2. Тематика и задания для практических занятий

Ниже указаны страницы материалов по литературе для подготовки к практическим занятиям.

| № п/п | Наименование темы | Учебник Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа - М. : Наука, 1989 | Задачник Дерр, Василий Яковлевич. Функциональный анализ : лекции и упражнения : [учеб. пособие для студ. вузов] / В. Я. Дерр. - М. : КНОРУС, 2013. http://biblioclub.ru/ |
|-------|--------------------------|--|---|
| 1 | Метрические пространства | с.33-35 | с.12-15 |

| | | | |
|---|--|-----------|----------------|
| 2 | Принцип сжимающих отображений | с.123-125 | с.23-27 |
| 3 | Нормированные и евклидовы пространства | с.39-41 | с.40-47 |
| 4 | Обобщенные функции | с.65-67 | с.34-37, 54-58 |
| 5 | Топологическое пространство | с.114-144 | с.65-72 |

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

| № | Литература | Кол-во книг |
|----------------------------------|---|-------------|
| Основная литература | | |
| 1 | Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : [учеб. для студентов мат. спец. вузов] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин ; под ред. А. Н. Тихонова. - Изд. 6-е, испр. - М. : Наука, 1989. - 623 с. : ил. - Библиогр.: с. 607-609 (57 назв.). - Предм. указ.: с.610-623. - ISBN 5-02-013993-9 : 1.50. | 25 |
| 2 | Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник : [в 3 т.]. Т. 3 / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 9-е, стер. - СПб. : Лань, 2009. - 656 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике). - Алф. указ.: с. 650-656. - ISBN 978-5-8114-0675-3 : 568.26. | 10 |
| 3 | Дерр, Василий Яковлевич. Функциональный анализ : лекции и упражнения : [учеб. пособие для студ. вузов] / В. Я. Дерр. - М. : КНОРУС, 2013. http://biblioclub.ru/ | ЭР |
| Дополнительная литература | | |
| 1 | Рудин, Уолтер. Функциональный анализ / Рудин, Уолтер ; пер. с англ. В. Я. Лина ; под ред. Е. А. Горина. - Изд. 2-е, испр. и доп. - СПб. : Лань, 2005. URL: http://biblioclub.ru/ | ЭР |
| 2 | Вулих, Б. З. Введение в функциональный анализ. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1967. - 415 с. - Библиогр.: с. 410-411. - Предм. указ.: с. 412-415. - 1.86. | 1 |
| 3 | Геворкян, Павел Самвелович. Высшая математика. Интегралы, ряды, ТФКП, дифференциальные уравнения : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : допущено Минобрнауки РФ. [ч. 2] / Геворкян, Павел Самвелович. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 272 с. - Предм. указ.: с. 265-269. - ISBN 978-5-9221-0710-5 : 311.85. | 3 |

| | | |
|---|--|----|
| 4 | Натансон, И. П. Теория функций вещественной переменной : [учеб. пособие для студентов вузов] : допущено М-вом образования СССР. - Изд. 3-е. - М. : Наука, 1974. - 480 с. : ил. - 1.24. | 1 |
| 5 | Очан, Ю. С. Сборник задач по математическому анализу : Общая теория множеств и функций : [учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов] : допущено М-вом просвещения СССР / под ред. М. Ф. Бокштейна. - М. : Просвещение, 1981. - 272 с. : ил. - Указ. обозначений в конце текста. - 0.70. | 1 |
| 6 | Ревина, С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учебное пособие / С.В. Ревина, Л.И. Сазонов ; Федеральное агентство по образованию Российской Федерации, Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Южный федеральный университет". - Ростов-н/Д : Издательство Южного федерального университета, 2009. - 120 с. - библиогр. с: С. 118-119. - ISBN 978-5-9275-0683-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=240944 | ЭР |
| 7 | Данилин, А.Р. Функциональный анализ : учебное пособие / А.Р. Данилин. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2012. - 200 с. - ISBN 978-5-7996-0720-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=239528 | ЭР |

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Информационно-образовательные ресурсы:

1. Библиотека ГОСТов. Все ГОСТы, [Электронный ресурс], URL: <http://vsegost.com/>

Электронные библиотечные системы:

1. ЭБС Университетская библиотека онлайн – <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС «Лань» – <https://e.lanbook.com>
3. ЭБС «ZNANIUM.COM» – <http://znanium.com>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения занятий по дисциплине необходимы учебная аудитория, доска, мел (маркеры для доски), проектор, ноутбук. Необходимое программное обеспечение – офисный пакет.